

Wahlaufgaben

Aufgabe 2023 B/4a:

5 P

Das Schaubild zeigt Ausschnitte der Parabel p_1 und der Geraden g .

- Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von p_1 und g .
- Entnehmen Sie dazu geeignete Werte aus dem Schaubild.

Die Parabel p_1 schneidet die x-Achse in den Punkten N_1 und N_2 .

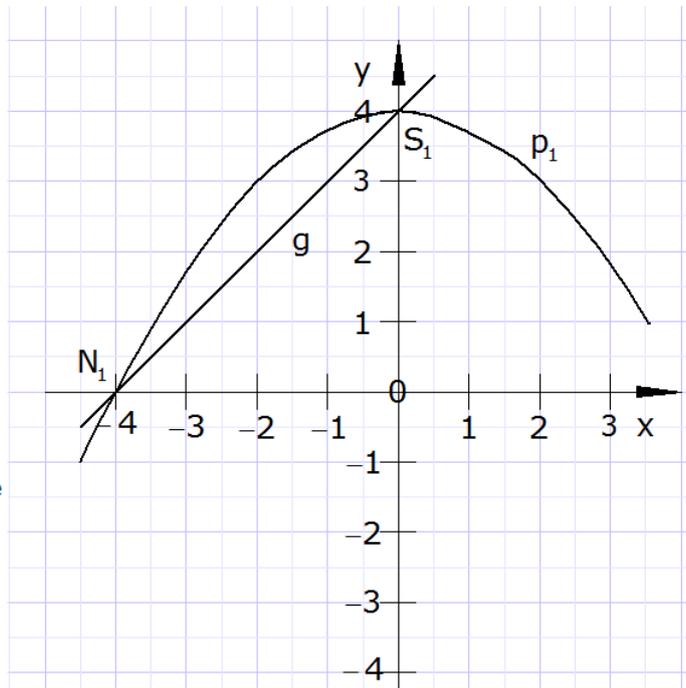
- Geben Sie die Koordinaten von N_2 an.

Die Parabel p_2 hat die Funktionsgleichung $y = x^2 - 2x - 3$.

- Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S_2 von p_2 .

S_2 bildet mit S_1 und N_1 das Dreieck $S_2S_1N_1$. Ebenso bildet S_2 mit N_2 und S_1 das Dreieck $S_2N_2S_1$.

- Um wie viele Flächeneinheiten (FE) unterscheiden sich die Flächeninhalte dieser beiden Dreiecke?



Lösung 2023 B/4a:

1. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel p_1 :

$$p_1: y = a \cdot x^2 + c \quad \begin{array}{l} \text{Parabelgleichung} \\ c = 4, \text{ da } S_1(0|4) \end{array}$$

$$y = a \cdot x^2 + 4 \quad \begin{array}{l} N_1(-4|0) \\ \text{Punktkoordinaten} \\ \text{einsetzen} \end{array}$$

$$0 = a \cdot (-4)^2 + 4$$

$$0 = a \cdot 16 + 4$$

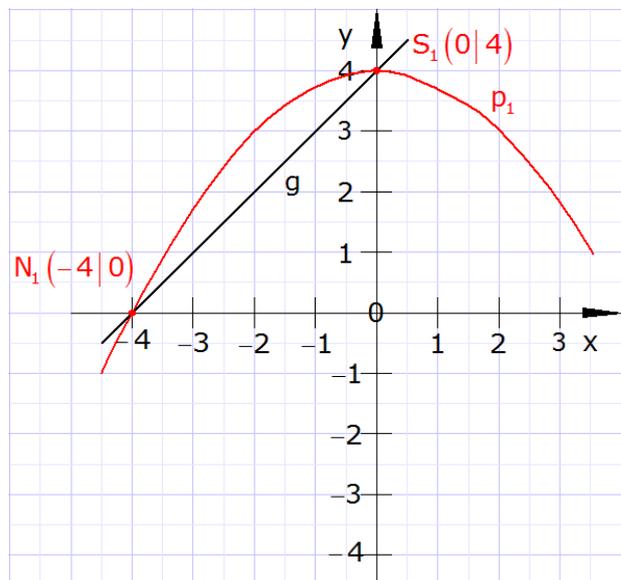
$$a \cdot 16 + 4 = 0$$

$$a \cdot 16 = -4 \quad \begin{array}{l} | :16 \\ \text{Seiten tauschen} \end{array}$$

$$a = -\frac{4}{16}$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

$$\underline{\underline{p_1: y = -\frac{1}{4}x^2 + 4}}$$



Lösung 2023 B/4a:

2. Berechnung der Funktionsgleichung der Geraden g:

$$y = m \cdot x + b$$

Allgemeine
Geradengleichung

$$N_1(-4|0)$$

$$S_1(0|4)$$

Punktkoordinaten
einsetzen

$$I: 0 = m \cdot (-4) + b$$

$$II: 4 = m \cdot 0 + b$$

$$\begin{array}{l} I': 0 = -4m + b \\ II': 4 = b \end{array} \Rightarrow b = 4$$

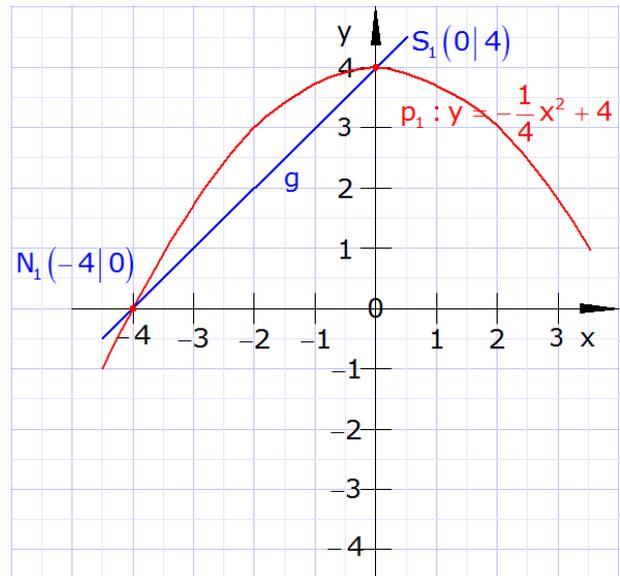
$$I'': 0 = -4m + 4 \quad | +4m$$

$$4m = 4 \quad | :4$$

$$m = 1$$

$$g: y = 1 \cdot x + 4$$

$$\underline{g: y = x + 4}$$



3. Berechnung der Koordinaten des Punktes N2:

$$I: y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$$

Funktionsgleichung Parabel p1

$$II: y = 0$$

Funktionsgleichung x-Achse

$$I = II: -\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \quad \text{Gleichsetzungsverfahren}$$

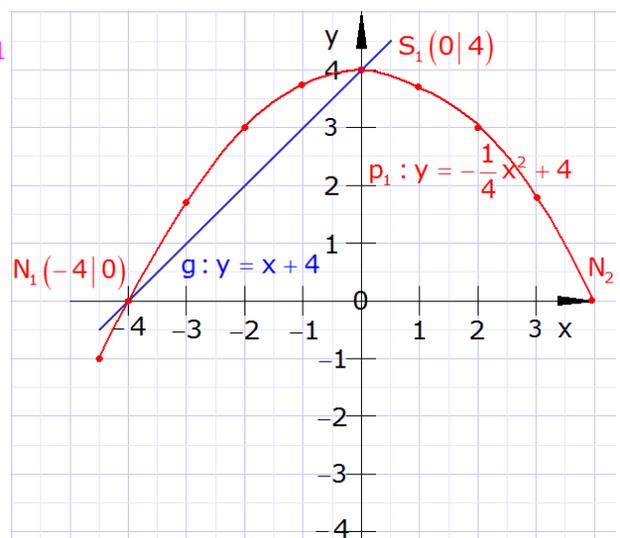
$$\frac{1}{4}x^2 - 4 = 0 \quad | +4$$

$$\frac{1}{4}x^2 = 4 \quad | \cdot 4$$

$$x^2 = 16 \quad \sqrt{\quad}$$

$$\underline{x_1 = -4} \Rightarrow N_1(-4|0)$$

$$\underline{x_2 = 4} \Rightarrow \underline{N_2(4|0)}$$



4. Berechnung der Koordinaten des Scheitelpunktes S2:

$$y = x^2 - 2x - 3$$

$$y = x^2 - 2x + 1 - 1 - 3 \quad \text{quadratische Ergänzung}$$

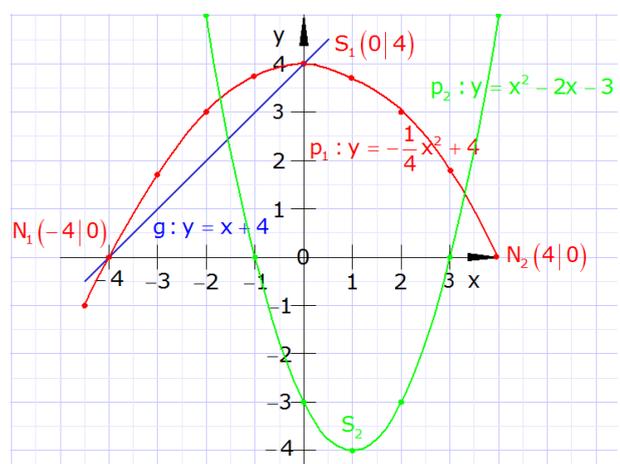
$$y = (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3 \quad \text{2. binomische Formel}$$

$$y = (x - 1)^2 - 4$$

$$y = (x - 1)^2 - 4$$

$$y = (x - b)^2 + d; S(b|d) \quad \text{Scheitelform}$$

$$\underline{S_2(1|-4)}$$



Lösung 2023 B/4a:

5. Berechnung des Flächeninhalts von $A_{S_1S_2N_1}$:

$$A_{S_1S_2N_1} = A_{\square} - A_1 - A_2 - A_3$$

$$A_{\square} = 5 \cdot 8$$

$$\underline{A_{\square} = 40 \text{ FE}}$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 1$$

$$\underline{A_1 = 4 \text{ FE}}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4$$

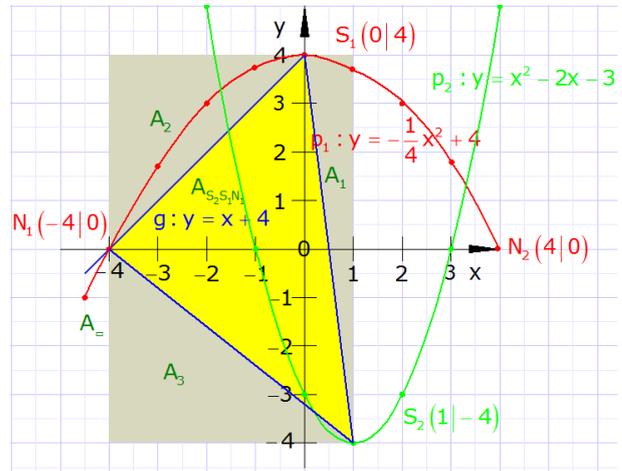
$$\underline{A_2 = 8 \text{ FE}}$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5$$

$$\underline{A_3 = 10 \text{ FE}}$$

$$A_{S_1S_2N_1} = 40 - 4 - 8 - 10$$

$$\underline{A_{S_1S_2N_1} = 18 \text{ FE}}$$



6. Berechnung des Flächeninhalts von $A_{S_1N_2S_2}$:

$$A_{S_1N_2S_2} = A_{\square} - A_1 - A_2 - A_3$$

$$A_{\square} = 4 \cdot 8$$

$$\underline{A_{\square} = 32 \text{ FE}}$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4$$

$$\underline{A_1 = 6 \text{ FE}}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4$$

$$\underline{A_2 = 8 \text{ FE}}$$

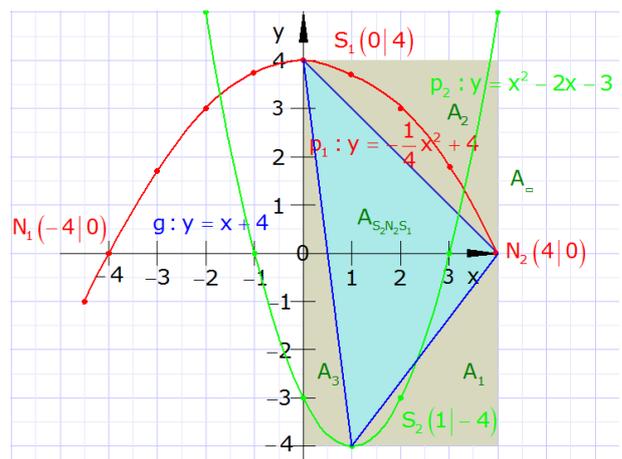
$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8$$

$$\underline{A_3 = 4 \text{ FE}}$$

$$A_{S_1N_2S_2} = 32 - 6 - 8 - 4$$

$$A_{S_1N_2S_2} = 32 - 18$$

$$\underline{A_{S_1N_2S_2} = 14 \text{ FE}}$$



Lösung 2023 B/4a:

7. Berechnung der Flächendifferenz der beiden Dreiecke:

$$A_{\text{Diff}} = A_{S_2S_1N_1} - A_{S_2N_1S_1}$$

$$A_{\text{Diff}} = 18 - 14$$

$$\underline{\underline{A_{\text{Diff}} = 4 \text{ FE}}}$$