

Wahlaufgaben

Aufgabe 2022 B/3a:

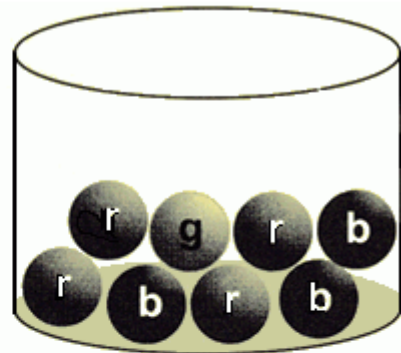
In einem Gefäß liegen acht Kugeln, die rot, blau und gelb gefärbt sind.

Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zwei gleichfarbige Kugeln zu ziehen?

Die Kugeln werden für ein Gewinnspiel eingesetzt. Dazu wird nebenstehender Gewinnplan geprüft.

- Berechnen Sie den Erwartungswert. Der Veranstalter des Gewinnspiels möchte seinen Gewinn pro Spiel auf lange Sicht verdoppeln.
- Wie hoch müsste dann der Gewinn für "eine gelbe und eine blaue Kugel" sein, wenn alles andere unverändert bleibt?



5 P

Ereignis	Gewinn
zwei gleichfarbige Kugeln	4,00 €
eine gelbe und eine blaue Kugel	10,00 €
Einsatz: 2,50 € pro Spiel	

Lösung 2022 B/3a:

1. Berechnung der Wahrscheinlichkeit für zwei gleichfarbige Kugeln:

Für unsere Aufgabe gibt es 8 mögliche Ereignisse.

Das Experiment wird durch einen **Ereignisbaum** dargestellt.

Für die erste Kugel ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$r \frac{4}{8} \quad b \frac{3}{8} \quad g \frac{1}{8}$$

Ist die erste Kugel rot, so ergeben sich für die zweite Kugel folgende Wahrscheinlichkeiten:

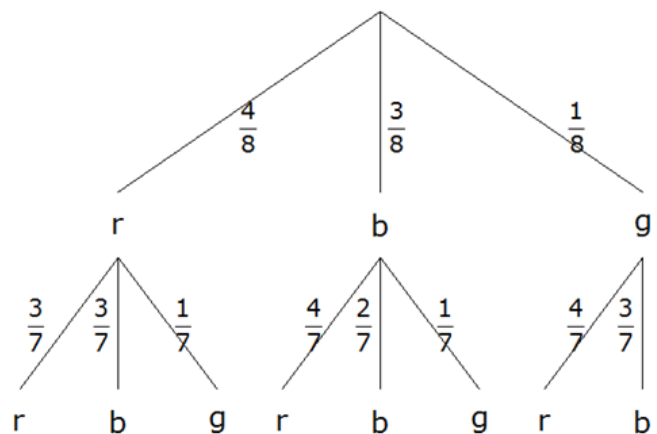
$$r \frac{3}{7} \quad b \frac{3}{7} \quad g \frac{1}{7}$$

Ist die erste Kugel blau, so ergeben sich für die zweite Kugel folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$r \frac{4}{7} \quad b \frac{2}{7} \quad g \frac{1}{7}$$

Ist die erste Kugel gelb, so ergeben sich für die zweite Kugel folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$r \frac{4}{7} \quad b \frac{3}{7}$$



Lösung 2022 B/3a:

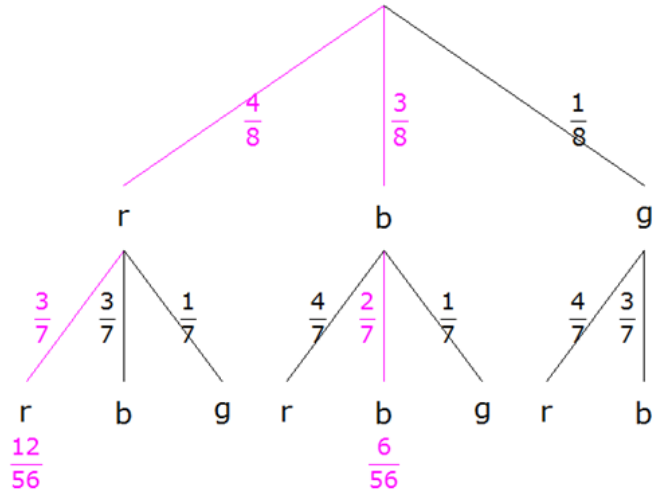
Für das Ereignis zwei gleichfarbige Kugeln zu ziehen, ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$r r \quad \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{56}$$

$$b b \quad \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{56}$$

$$\frac{12}{56} + \frac{6}{56} = \frac{18}{56} = 0,321 = \frac{32,1}{1000} = \underline{\underline{32,1\%}}$$

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit zwei gleichfarbige Kugeln zu ziehen, beträgt 32,1%.



2. Berechnung des Erwartungswertes:

Der Erwartungswert E berechnet sich nach folgender Formel:

$$E = X_1 \cdot p_1 + X_2 \cdot p_2 + \dots + X_n \cdot p_n$$

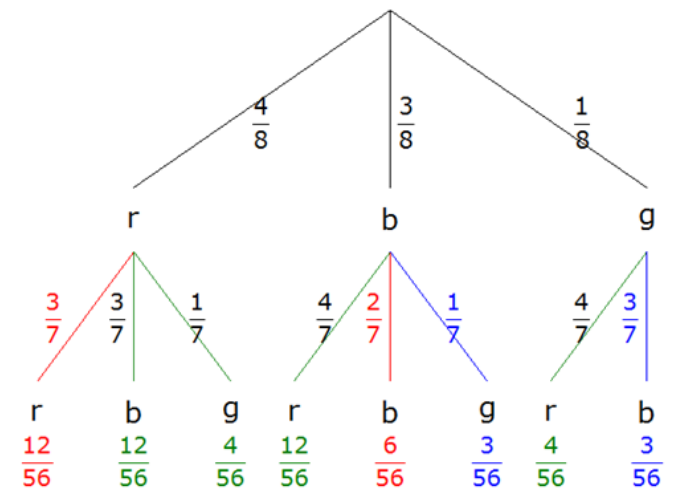
wobei

$X_1 \dots X_n$: Werte

$p_1 \dots p_n$: Wahrscheinlichkeiten

Für dieses Glücksspiel gibt es $n = 3$ mögliche Ereignisse

1. zwei gleichfarbige Kugeln: r r oder b b
2. Eine gelbe und eine blaue Kugel: b g oder g b
3. restliche Möglichkeiten: alle anderen



Es ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$r r \quad \frac{12}{56}$$

$$b b \quad \frac{6}{56}$$

$$b g \quad \frac{3}{56}$$

$$g b \quad \frac{3}{56}$$

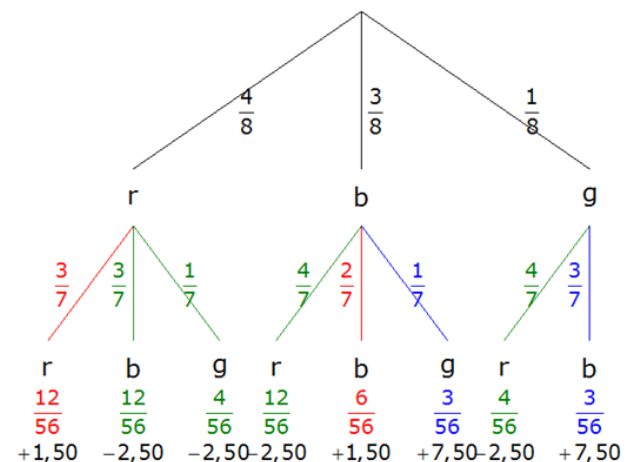
$$\text{alle anderen} \quad \frac{32}{56}$$

Es ergeben sich folgende Gewinnwerte:

r r Gleichfarbige Kugeln: man hat einen Gewinn von 4 €, muss aber den Kaufpreis von 2,50 € abziehen + 1,50

b g Gelbe und blaue Kugel: man hat einen Gewinn von 10 €, muss aber den Kaufpreis von 2,50 € abziehen + 7,50

alle anderen man verliert den Einsatz von 2,50 € - 2,50



Lösung 2022 B/3a:

$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

$$E = 1,50 \cdot \frac{18}{56} + 7,50 \cdot \frac{6}{56} + (-2,50) \cdot \frac{32}{56}$$

$$E = \frac{27}{56} + \frac{45}{56} - \frac{80}{56}$$

$$E = -\frac{8}{56}$$

$$E = -0,14 \text{ €}$$

Antwort: Der Erwartungswert beträgt - 0,14 €.

3. Abänderung des Gewinnplans für Verdopplung des Gewinns für den Veranstalter:

$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

$$-0,28 = 1,50 \cdot \frac{18}{56} + (x - 2,50) \cdot \frac{6}{56} + (-2,50) \cdot \frac{32}{56}$$

$$-0,28 = \frac{27}{56} + (x - 2,50) \cdot \frac{6}{56} - \frac{80}{56}$$

$$-0,28 = \frac{27}{56} + \frac{6x - 15}{56} - \frac{80}{56}$$

$$\frac{27}{56} + \frac{6x - 15}{56} - \frac{80}{56} = -0,28$$

$$\frac{6x - 15}{56} - \frac{80}{56} = -0,28 - \frac{27}{56}$$

$$\frac{6x - 15}{56} = -0,28 - \frac{27}{56} + \frac{80}{56}$$

$$\frac{6x - 15}{56} = -\frac{15,68}{56} - \frac{27}{56} + \frac{80}{56}$$

$$\frac{6x - 15}{56} = \frac{37,32}{56}$$

$$6x - 15 = 37,32$$

$$6x = 52,32$$

$$x = 8,72 \text{ €}$$

Seiten
tauschen

$$\left| -\frac{27}{56} \right.$$

$$\left| +\frac{80}{56} \right.$$

$$\left| \cdot 56 \right.$$

$$\left| + 15 \right.$$

$$\left| : 6 \right.$$

Antwort: Für die Verdopplung des Gewinns für den Veranstalter müsste der Gewinn für eine gelbe und eine blaue Kugel 8,72 € betragen.