

Wahlaufgaben

Aufgabe 2022 B/2b:

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem regelmäßigen Fünfecksprisma mit aufgesetzter regelmäßiger fünfseitiger Pyramide.

5 P

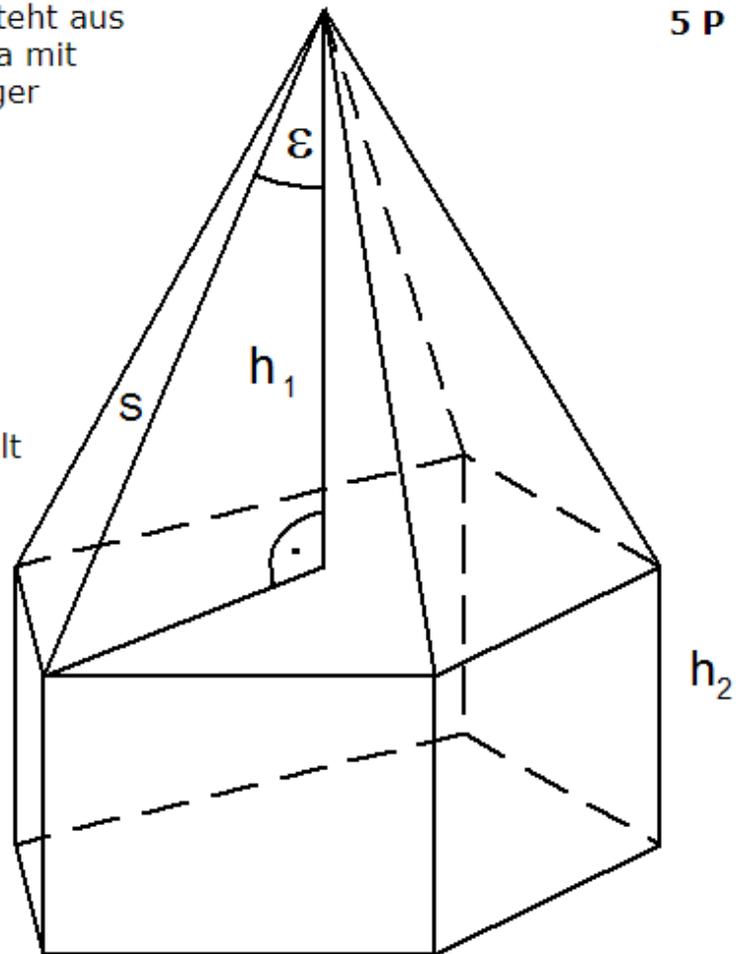
Es gilt:

$$s = 12,6 \text{ cm}$$

$$\varepsilon = 33,0^\circ$$

$$h_2 = 5,6 \text{ cm (Höhe Prisma)}$$

Berechnen Sie den Oberflächeninhalt des zusammengesetzten Körpers.



Strategie 2022 B/2b:

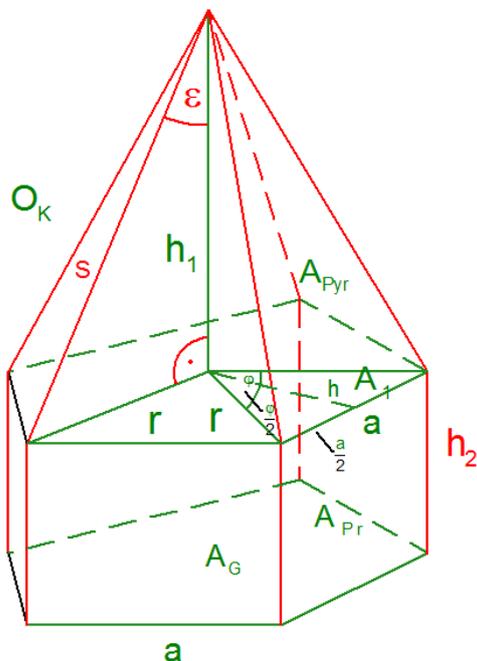
Gegeben: $s = 12,6 \text{ cm}$

$$\varepsilon = 33,0^\circ$$

$$h_2 = 5,6 \text{ cm (Höhe Prisma)}$$

Gesucht: O_K

Skizze:



Lösung 2022 B/2b:

1. Berechnung der Strecke r:

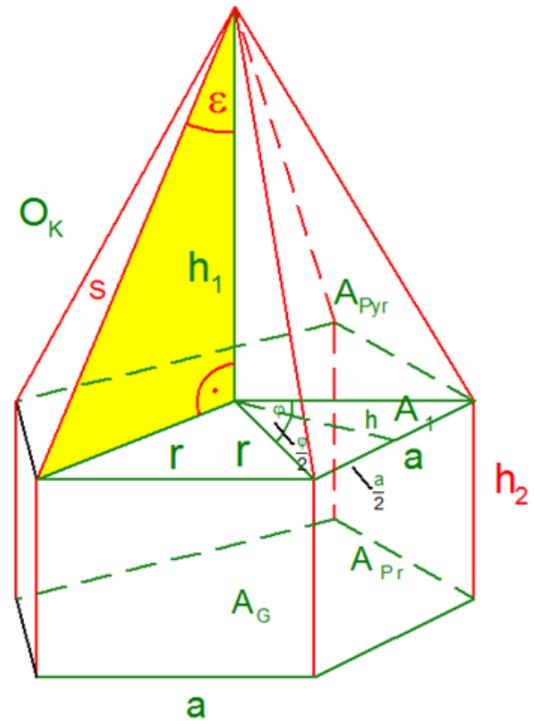
$$\sin \varepsilon = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{r}{s} \quad \text{Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$\sin 33^\circ = \frac{r}{12,6}$$

$$0,5446 = \frac{r}{12,6} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{r}{12,6} = 0,5446 \quad | \cdot 12,6$$

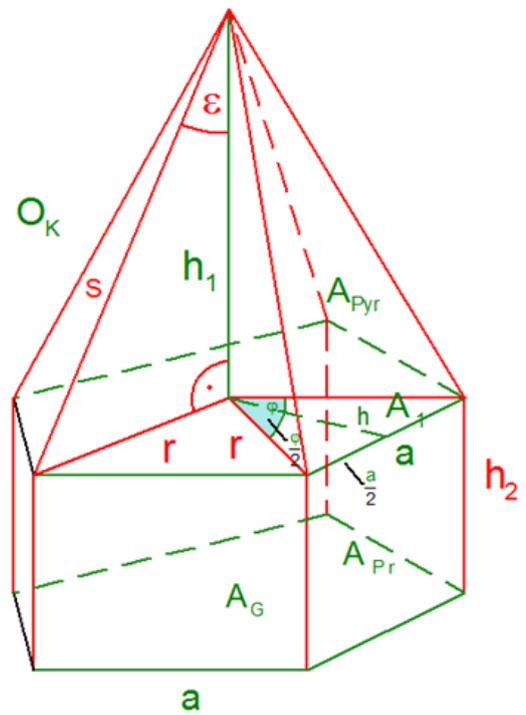
$$\underline{r = 6,86 \text{ cm}}$$



2. Berechnung des Winkels φ:

$$\varphi = \frac{360^\circ}{5}$$

$$\underline{\varphi = 72^\circ}$$



Lösung 2022 B/2b:

3. Berechnung der Seitenkante a:

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{a}{2}}{r} \quad \text{Sinusfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck}$$

$$\sin \frac{72^\circ}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{6,86}$$

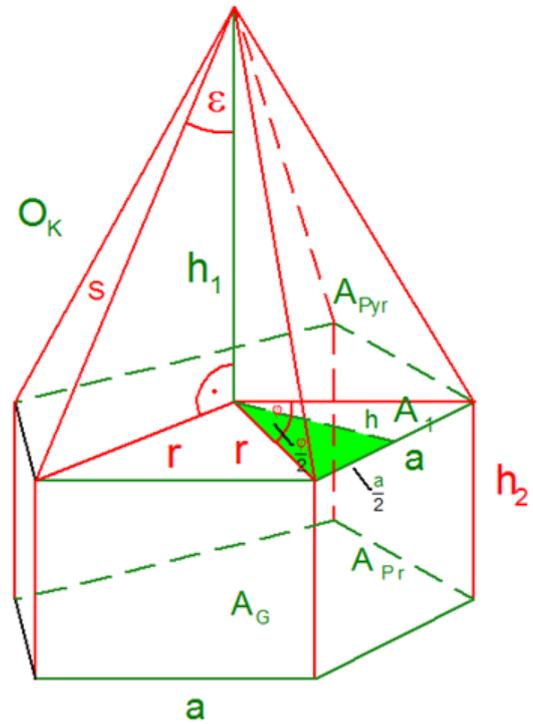
$$\sin 36^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{6,86}$$

$$0,5878 = \frac{\frac{a}{2}}{6,86}$$

$$\frac{\frac{a}{2}}{6,86} = 0,5878 \quad | \cdot 6,86$$

$$\frac{a}{2} = 4,032 \quad | \cdot 2$$

$$\underline{a = 8,064 \text{ cm}}$$



4. Berechnung der Dreieckshöhe h:

$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = r^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen grünen Teildreieck}$$

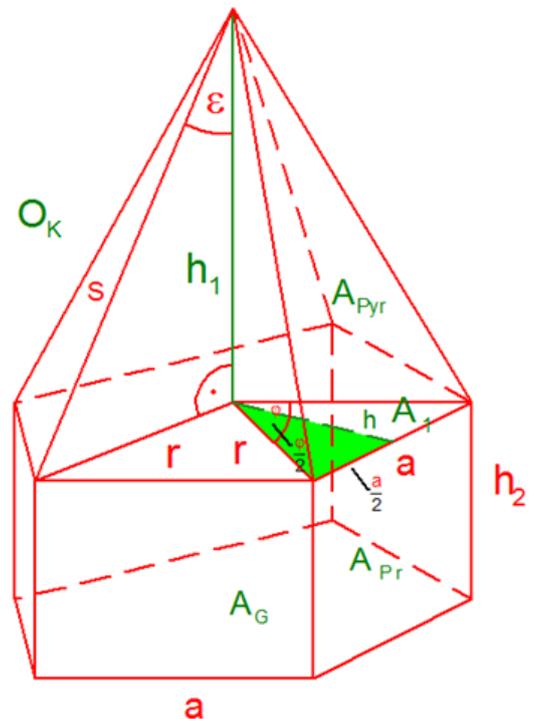
$$h^2 + \left(\frac{8,064}{2}\right)^2 = 6,86^2$$

$$h^2 + 4,032^2 = 6,86^2$$

$$h^2 + 16,257 = 47,06 \quad | -16,257$$

$$h^2 = 30,803 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{h = 5,55 \text{ cm}}$$



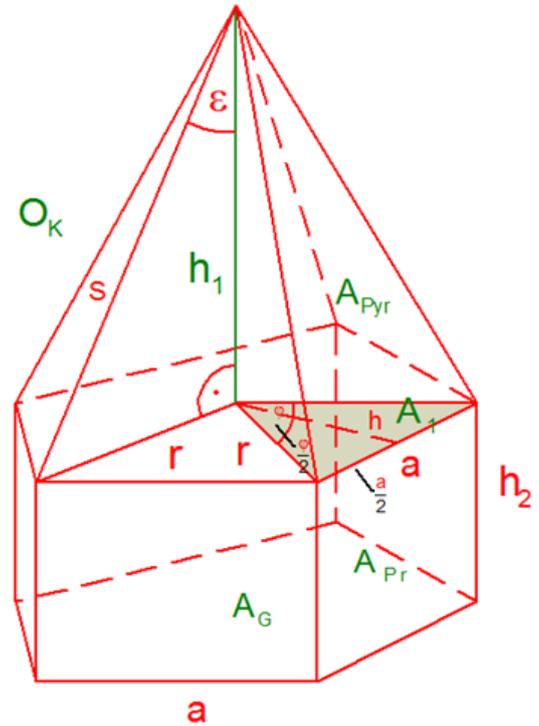
Lösung 2022 B/2b:

5. Berechnung der Dreiecksfläche A_1 :

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h \quad \text{Formel Dreiecksfläche}$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 8,064 \cdot 5,55$$

$$\underline{A_1 = 22,378 \text{ cm}^2}$$

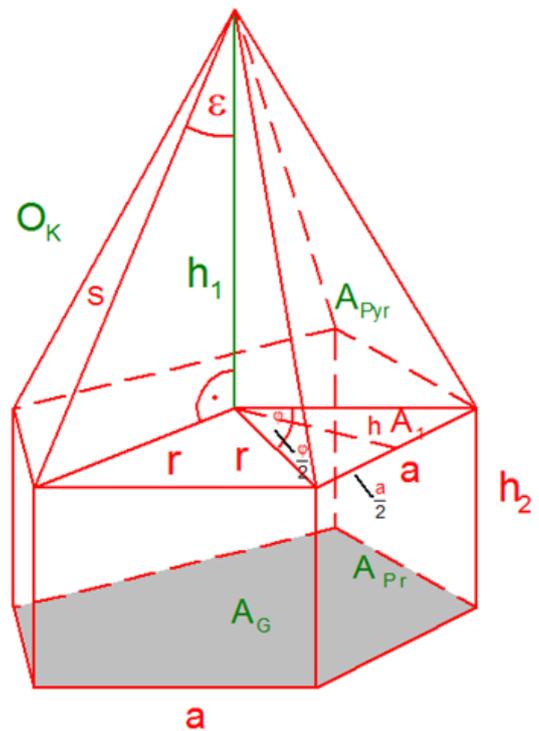


6. Berechnung der Grundfläche A_G :

$$A_G = 5 \cdot A_1$$

$$A_G = 5 \cdot 22,378$$

$$\underline{A_G = 111,89 \text{ cm}^2}$$



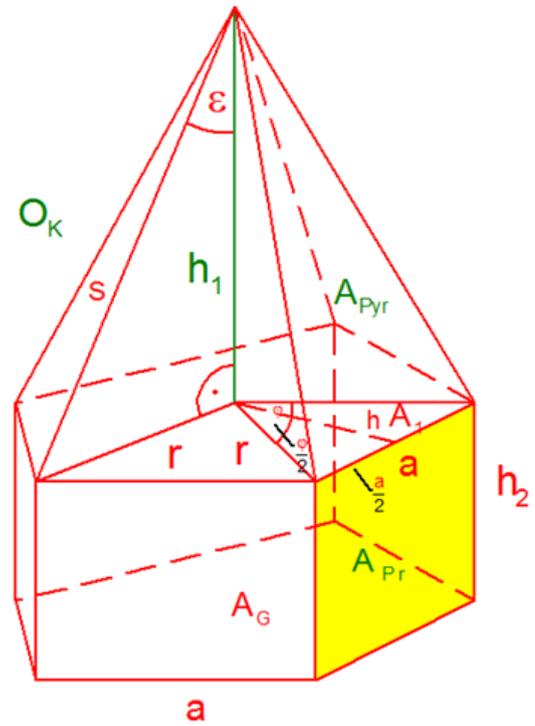
Lösung 2022 B/2b:

7. Berechnung der Prismenseitenfläche A_{Pr} :

$A_{Pr} = a \cdot h_2$ Formel Rechteckfläche

$A_{Pr} = 8,064 \cdot 5,6$

$A_{Pr} = 45,158 \text{ cm}^2$



8. Berechnung der Höhe der Pyramidenseitenfläche h_s :

$h_s^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = s^2$ Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

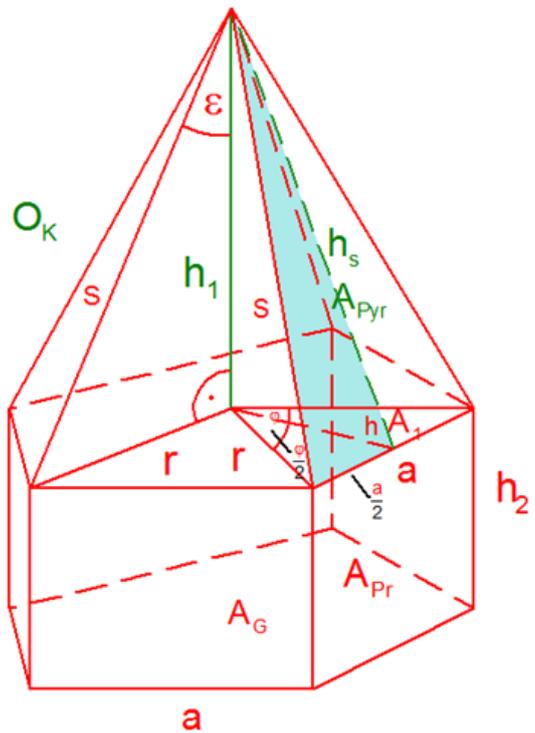
$h_s^2 + \left(\frac{8,064}{2}\right)^2 = 12,6^2$

$h_s^2 + 4,032^2 = 12,6^2$

$h_s^2 + 16,257 = 158,76 \quad | -16,257$

$h_s^2 = 142,503 \quad | \sqrt{\quad}$

$h_s = 11,937 \text{ cm}$



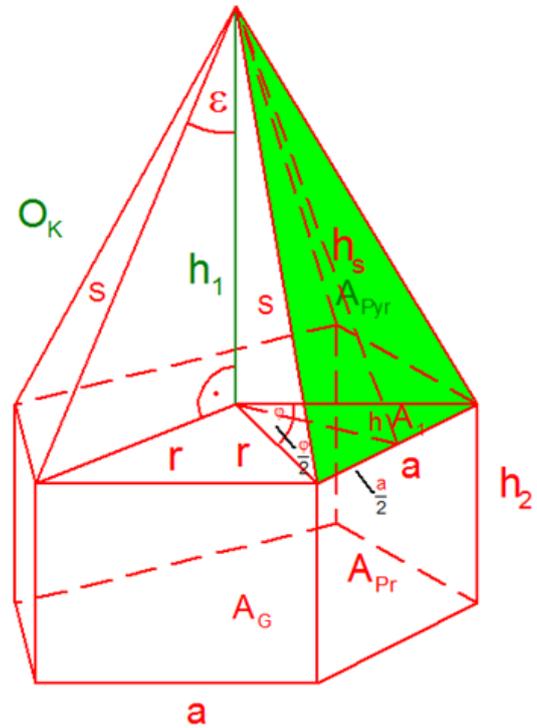
Lösung 2022 B/2b:

9. Berechnung der Pyramidenseitenfläche A_{Pyr} :

$$A_{Pyr} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s \quad \text{Formel Dreiecksfläche}$$

$$A_{Pyr} = \frac{1}{2} \cdot 8,064 \cdot 11,937$$

$$\underline{A_{Pyr} = 48,13 \text{ cm}^2}$$



10. Berechnung der Körperoberfläche O_K :

$$O_K = A_G + 5 \cdot A_{Pr} + 5 \cdot A_{Pyr}$$

$$O_K = 111,89 + 5 \cdot 45,158 + 5 \cdot 48,13$$

$$O_K = 111,89 + 225,79 + 240,65$$

$$\underline{O_K = 578,33 \text{ cm}^2}$$

