

Wahlaufgaben

Aufgabe 2021 B/4b:

Ein DIN A4-Blatt hat die Eckpunkte $A, B, C,$ und D .

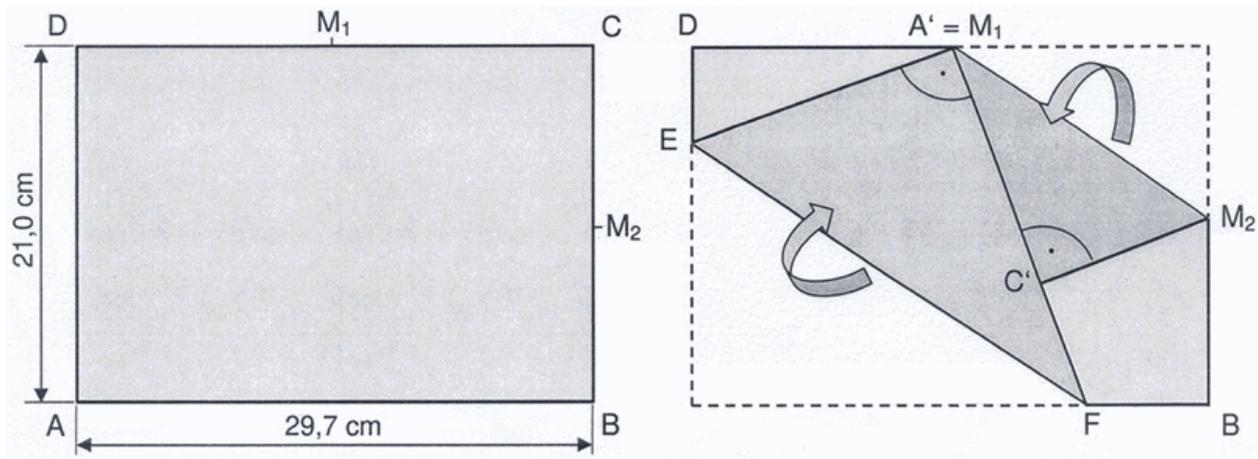
5 P

Die Punkte M_1 und M_2 halbieren die Seitenlängen des DIN A4-Blatts.

Das DIN A4-Blatt wird wie abgebildet gefaltet. Der Punkt A wird zu A' und liegt nach dem Falten auf M_1 .

Der Punkt C wird zu C' . Die beiden Papierkanten stoßen entlang $\overline{M_1F}$ aneinander.

Berechnen Sie die Flächeninhalte des Dreiecks EM_1D und des Vierecks FBM_2C' .



Strategie 2021 B/4b:

Gegeben:

$\overline{AD} = \overline{BC} = 21,0 \text{ cm}$

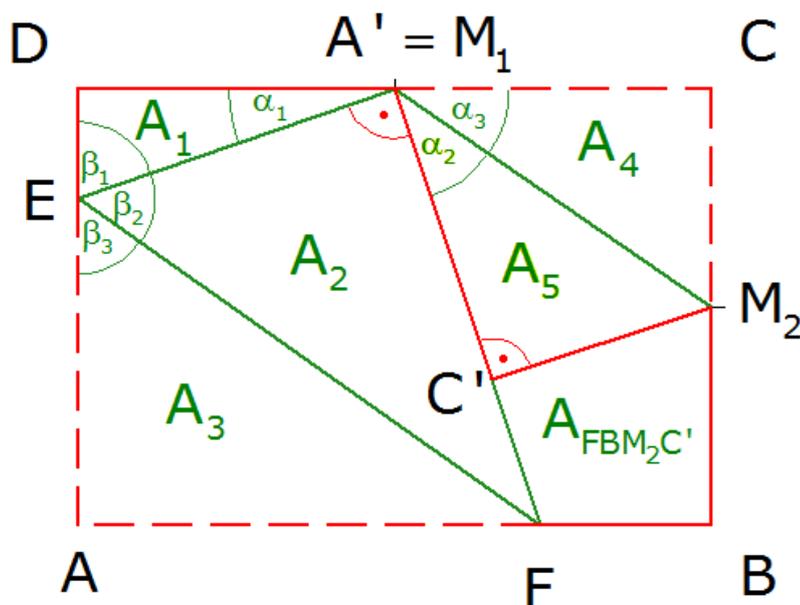
$\overline{AB} = \overline{DC} = 29,7 \text{ cm}$

Gesucht:

A_{EM_1D}

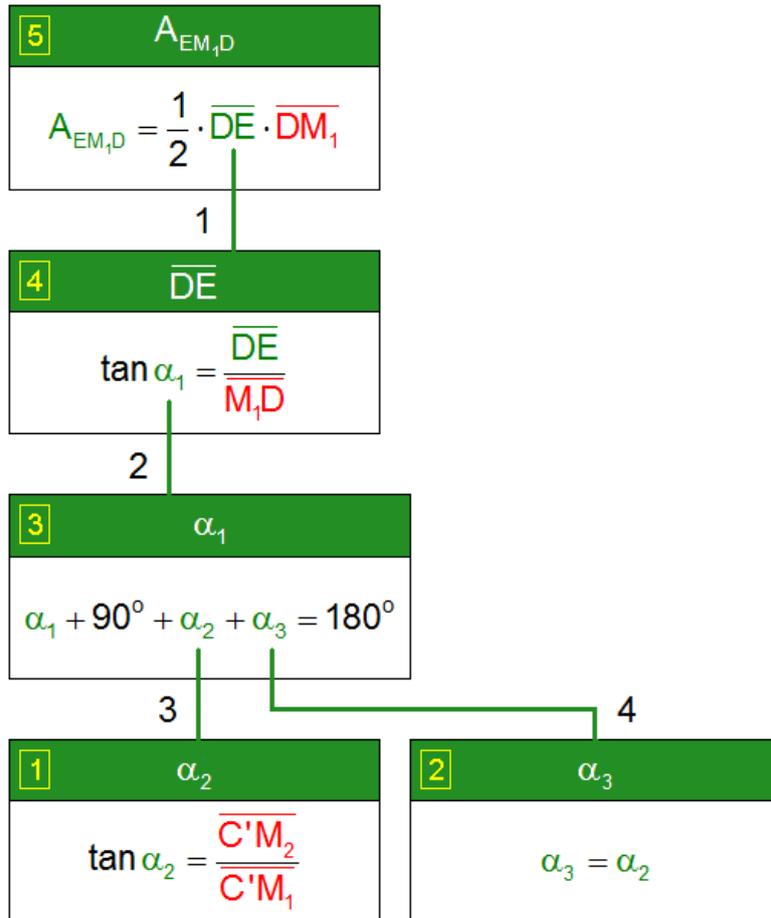
$A_{FBM_2C'}$

Skizze:

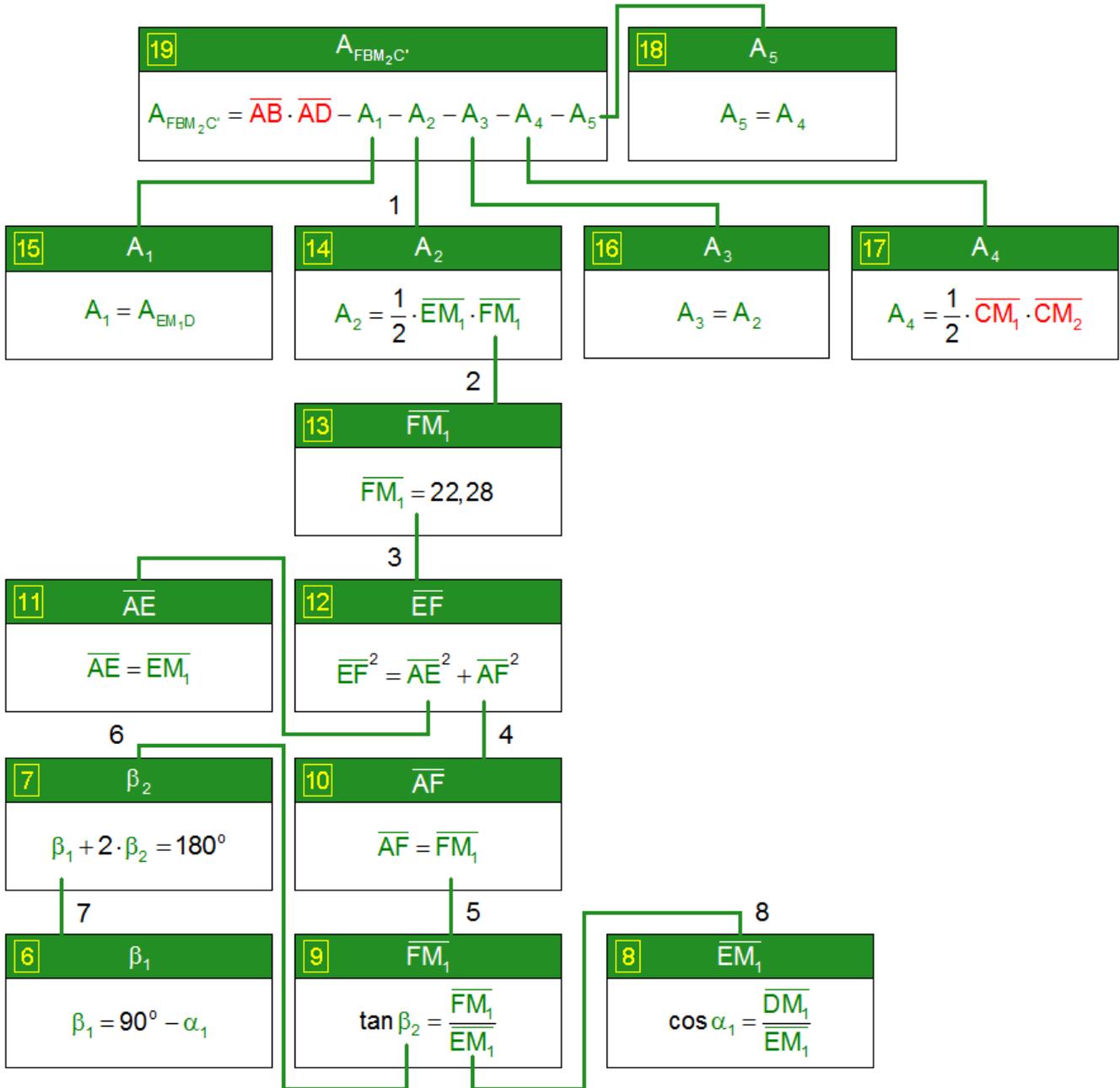


Strategie 2021 B/4b:

Struktogramme:



Struktogramme:



Lösung 2021 B/4b:

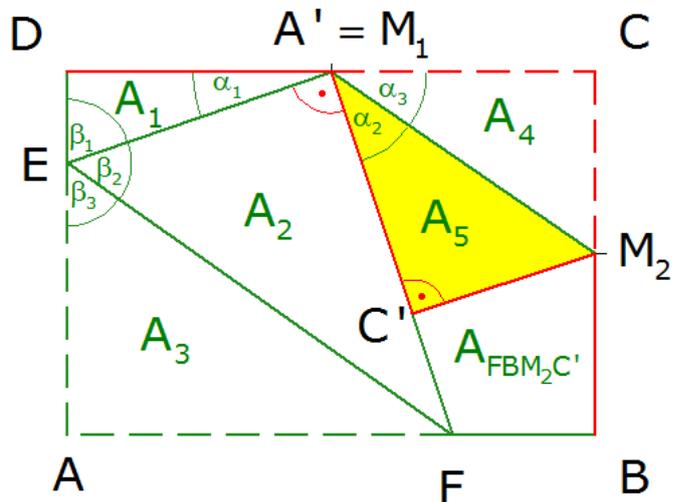
1. Berechnung des Winkels α_2 :

$\tan \alpha_2 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{C'M_2}}{\overline{C'M_1}}$ Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$\tan \alpha_2 = \frac{10,5}{14,85}$

$\tan \alpha_2 = 0,7071$

$\alpha_2 = \underline{\underline{35,26^\circ}}$

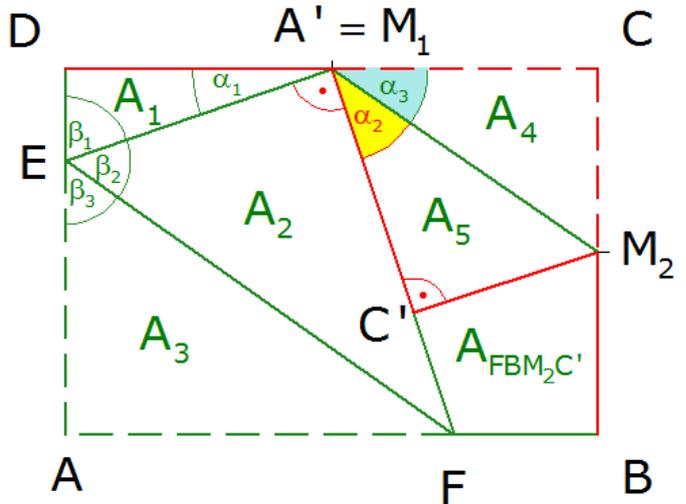


Lösung 2021 B/4b:

2. Berechnung des Winkels α_3 :

$$\alpha_3 = \alpha_2$$

$$\underline{\alpha_3 = 35,26^\circ}$$



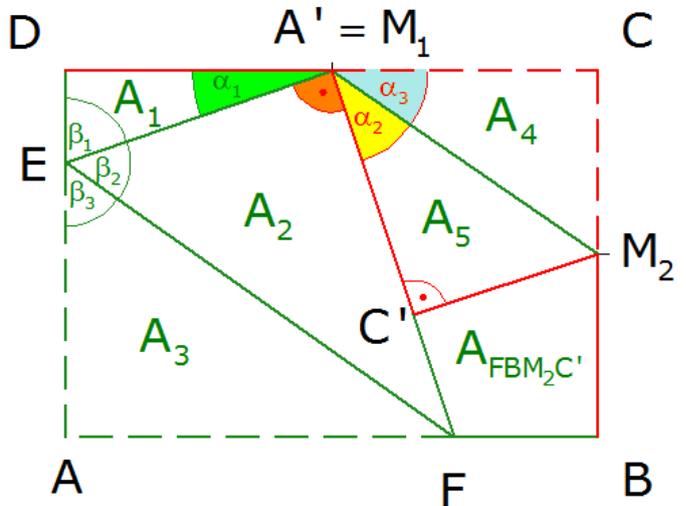
3. Berechnung des Winkels α_1 :

$$\alpha_1 + 90^\circ + \alpha_2 + \alpha_3 = 180^\circ \quad \text{Winkelsumme}$$

$$\alpha_1 + 90^\circ + 35,26^\circ + 35,26^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha_1 + 160,52^\circ = 180^\circ \quad | -160,52^\circ$$

$$\underline{\alpha_1 = 19,48^\circ}$$



4. Berechnung der Strecke \overline{DE} :

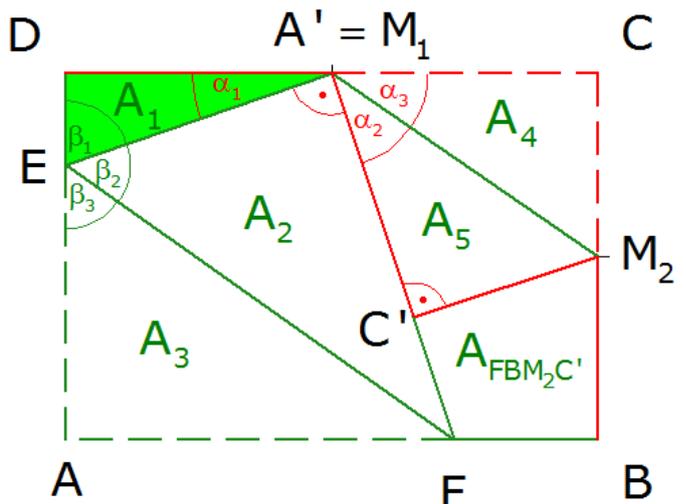
$$\tan \alpha_1 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{DM_1}} \quad \text{Tangensfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck}$$

$$\tan 19,48^\circ = \frac{\overline{DE}}{14,85}$$

$$0,3537 = \frac{\overline{DE}}{14,85} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{\overline{DE}}{14,85} = 0,3537 \quad | \cdot 14,85$$

$$\underline{\overline{DE} = 5,25 \text{ cm}}$$



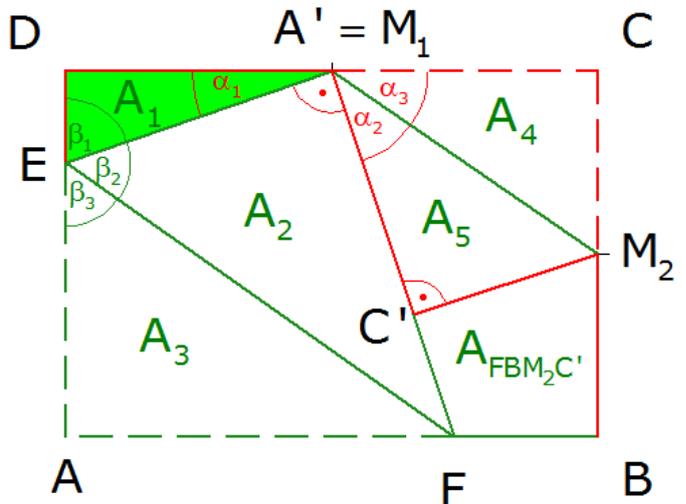
Lösung 2021 B/4b:

5. Berechnung der Dreiecksfläche $A_{EM,D}$:

$$A_{EM,D} = \frac{1}{2} \cdot \overline{DE} \cdot \overline{DM_1} \quad \text{Formel Dreiecksfläche}$$

$$A_{EM,D} = \frac{1}{2} \cdot 5,25 \cdot 14,85$$

$$\underline{\underline{A_{EM,D} = 38,98 \text{ cm}^2}}$$

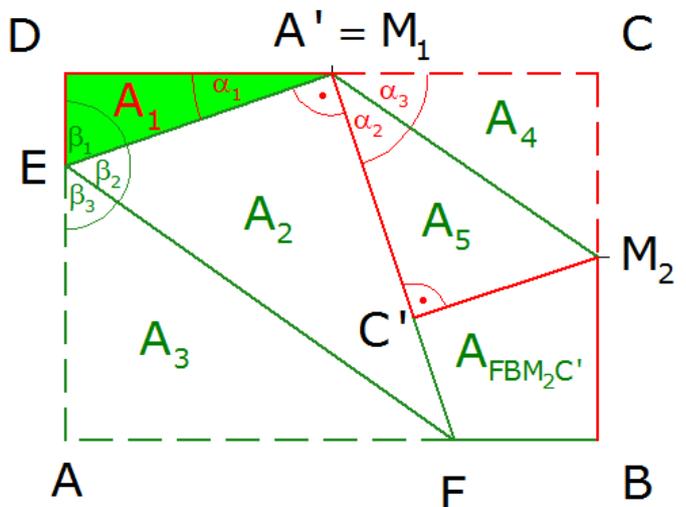


6. Berechnung des Winkels β_1 :

$$\beta_1 = 90^\circ - \alpha_1 \quad \text{Winkelsumme}$$

$$\beta_1 = 90^\circ - 19,84^\circ$$

$$\underline{\underline{\beta_1 = 70,52^\circ}}$$



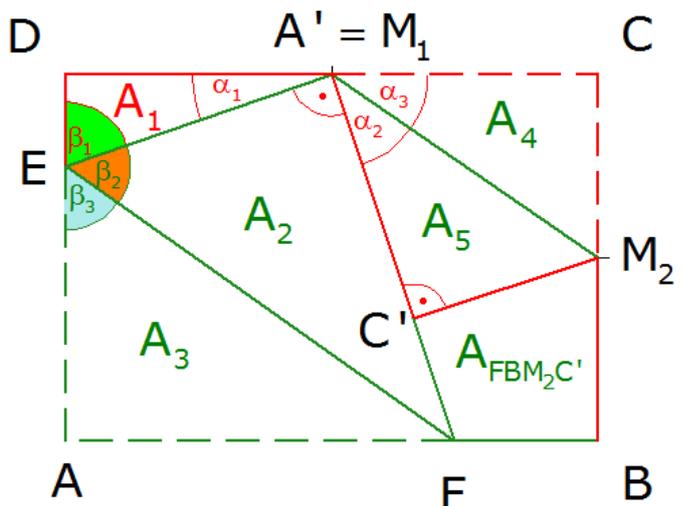
7. Berechnung des Winkels β_2 :

$$\beta_1 + 2 \cdot \beta_2 = 180^\circ \quad \beta_3 = \beta_2$$

$$70,52^\circ + 2 \cdot \beta_2 = 180^\circ \quad \left| -70,52^\circ \right.$$

$$2 \cdot \beta_2 = 109,48^\circ \quad \left| :2 \right.$$

$$\underline{\underline{\beta_2 = 54,74^\circ}}$$



Lösung 2021 B/4b:

8. Berechnung der Strecke $\overline{EM_1}$:

$$\cos \alpha_1 = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{DM_1}}{\overline{EM_1}} \quad \text{Kosinusfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck}$$

$$\cos 19,48^\circ = \frac{14,85}{\overline{EM_1}}$$

$$0,9428 = \frac{14,85}{\overline{EM_1}} \quad | \cdot \overline{EM_1}$$

$$\overline{EM_1} \cdot 0,9428 = 14,85 \quad | : 0,9428$$

$$\underline{\overline{EM_1} = 15,75 \text{ cm}}$$

9. Berechnung der Strecke $\overline{FM_1}$:

$$\tan \beta_2 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{FM_1}}{\overline{EM_1}} \quad \text{Tangensfunktion im rechtwinkligen orangefarbenen Teildreieck}$$

$$\tan 54,74^\circ = \frac{\overline{FM_1}}{15,75}$$

$$1,4144 = \frac{\overline{FM_1}}{15,75} \quad \text{Seiten tauschen}$$

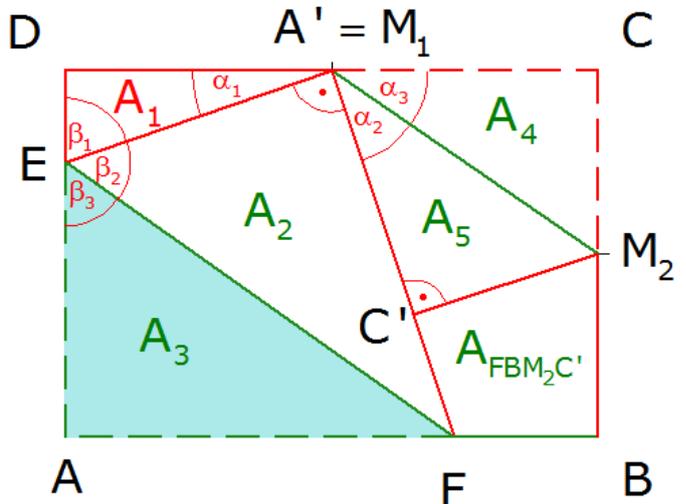
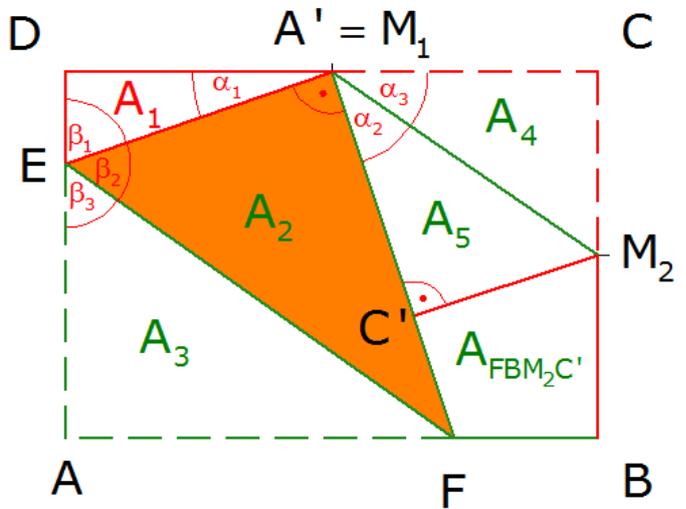
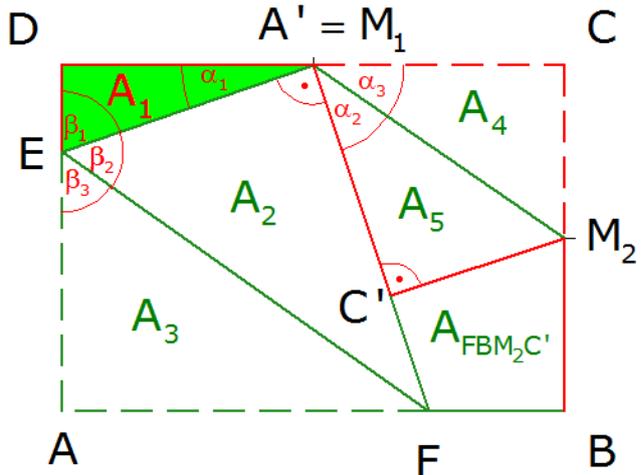
$$\frac{\overline{FM_1}}{15,75} = 1,4144 \quad | \cdot 15,75$$

$$\underline{\overline{FM_1} = 22,28 \text{ cm}}$$

10. Berechnung der Strecke \overline{AF} :

$$\overline{AF} = \overline{FM_1}$$

$$\underline{\overline{AF} = 22,28 \text{ cm}}$$



Lösung 2021 B/4b:

11. Berechnung der Strecke \overline{AE} :

$$\overline{AE} = \overline{EM_1}$$

$$\overline{AE} = 15,75 \text{ cm}$$

12. Berechnung der Strecke \overline{EF} :

$$\overline{EF}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{AF}^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$\overline{EF}^2 = 15,75^2 + 22,28^2$$

$$\overline{EF}^2 = 248,0625 + 496,3984$$

$$\overline{EF}^2 = 744,4609$$

|√

$$\overline{EF} = 27,28 \text{ cm}$$

13. Berechnung der Strecke $\overline{FM_1}$:

$$\overline{FM_1} = 22,28 \text{ cm}$$

14. Berechnung der Dreiecksfläche A_2 :

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot \overline{EM_1} \cdot \overline{FM_1}$$

Formel Dreiecksfläche

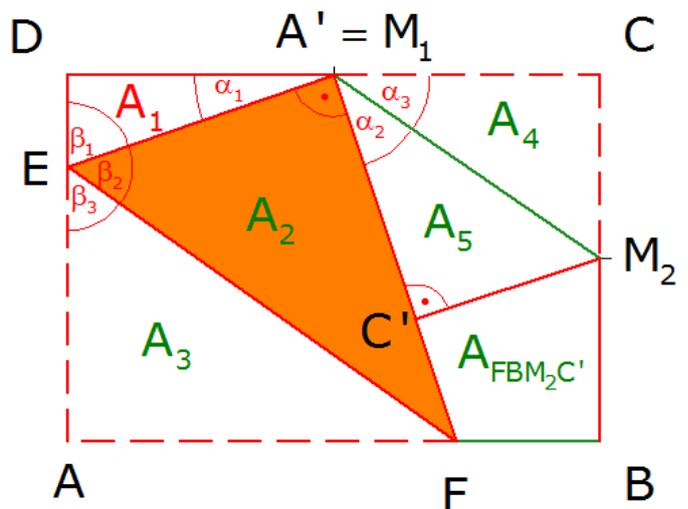
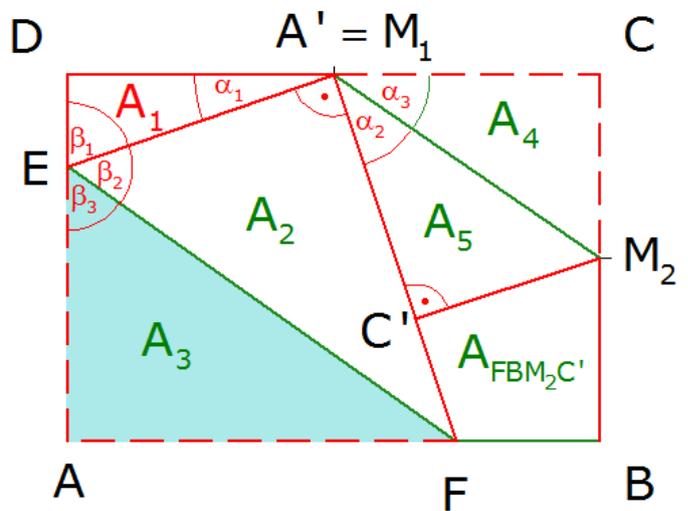
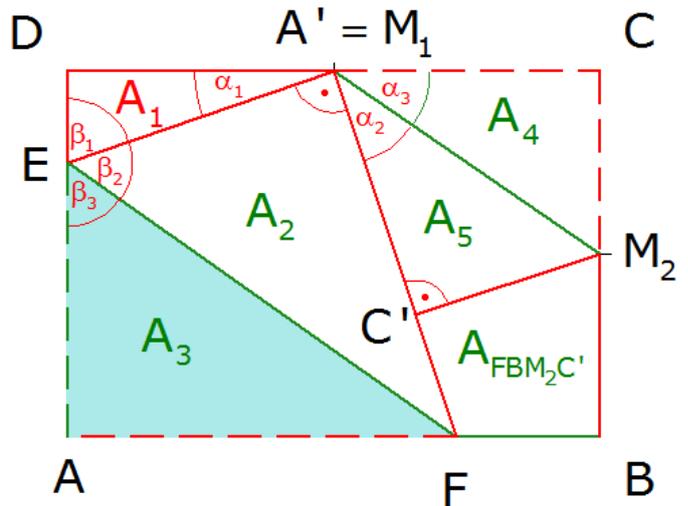
$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 15,75 \cdot 22,28$$

$$A_2 = 175,46 \text{ cm}^2$$

15. Berechnung der Dreiecksfläche A_1 :

$$A_1 = 38,98 \text{ cm}^2$$

$$A_1 = A_{EM_1D}$$

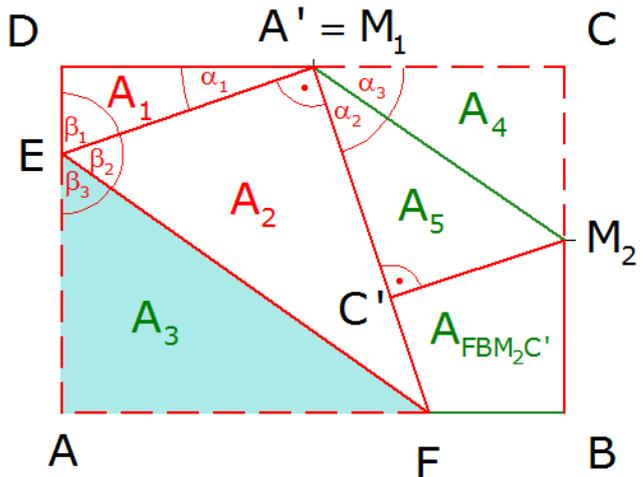


Lösung 2021 B/4b:

16. Berechnung der Dreiecksfläche A_3 :

$$A_3 = A_2$$

$$\underline{A_3 = 175,46 \text{ cm}^2}$$

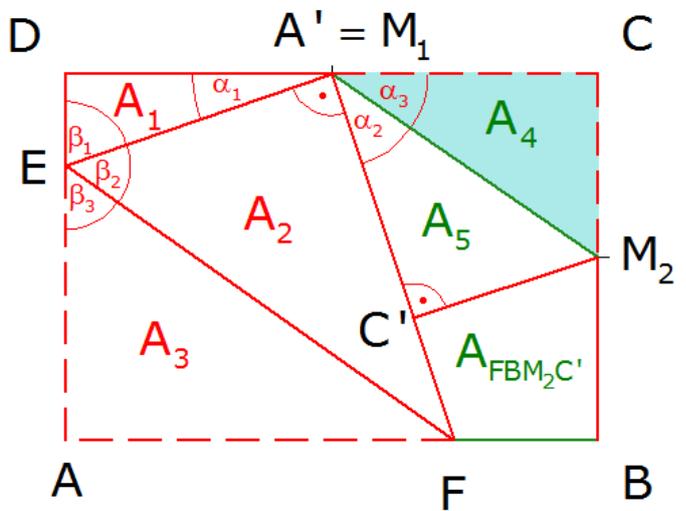


17. Berechnung der Dreiecksfläche A_4 :

$$A_4 = \frac{1}{2} \cdot \overline{CM_1} \cdot \overline{CM_2} \quad \text{Formel Dreiecksfläche}$$

$$A_4 = \frac{1}{2} \cdot 14,85 \cdot 10,5$$

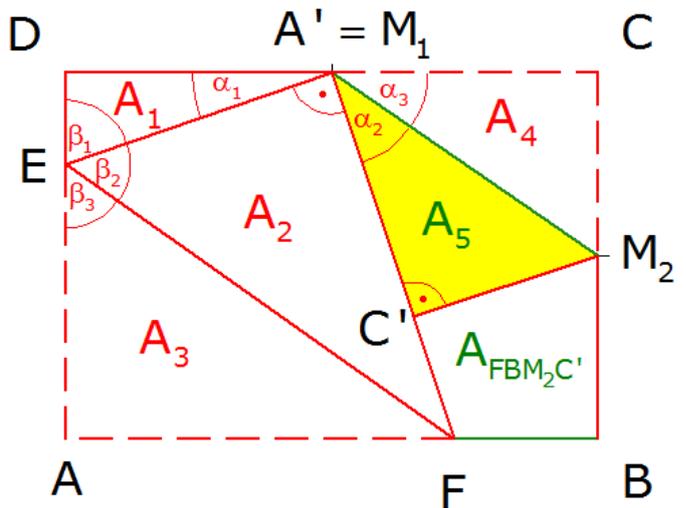
$$\underline{A_4 = 77,96 \text{ cm}^2}$$



18. Berechnung der Dreiecksfläche A_5 :

$$A_5 = A_4$$

$$\underline{A_5 = 77,96 \text{ cm}^2}$$



Lösung 2021 B/4b:

19. Berechnung der Vierecksfläche $A_{FBM_2C'}$:

$$A_{FBM_2C'} = \overline{AB} \cdot \overline{AD} - A_1 - A_2 - A_3 - A_4 - A_5$$

$$A_{FBM_2C'} = 29,7 \cdot 21 - 38,98 - 175,46 - 175,46 - 77,96 - 77,96$$

$$A_{FBM_2C'} = 623,7 - 545,82$$

$$\underline{\underline{A_{FBM_2C'} = 77,88 \text{ cm}^2}}$$

