

Wahlaufgaben

Aufgabe 2019 W4a:

Beim Würfelspiel "Augensumme 4 gewinnt" wird gleichzeitig mit zwei Spielwürfeln geworfen. Die Augenzahlen werden addiert (Augensumme). Dieses Spiel soll als Glücksspiel eingesetzt werden. Dazu wird nebenstehender Gewinnplan verwendet.

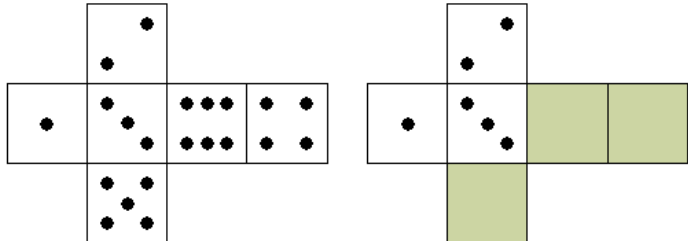
Berechnen Sie den Erwartungswert.

Der Betreiber bekommt die Vorgabe, das Glücksspiel zu verändern. Er soll auf einem der beiden Spielwürfel die Vier, die Fünf und die Sechs ersetzen durch drei Einsen oder durch drei Dreien ersetzen.

Wofür soll sich der Betreiber entscheiden? Begründen Sie Ihre Entscheidung durch Rechnung oder Argumentation.

Ereignisse	Gewinn
" Augensumme gleich 4 "	4,00 €
" Augensumme kleiner 4 "	2,00 €
" Augensumme größer 4 "	kein Gewinn
Einsatz pro Spiel : 1,00 €	

6 P



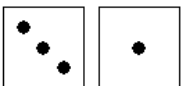
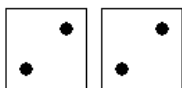
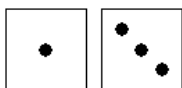
Lösung 2019 W4a:

1. Berechnung des Erwartungswertes E_1 :

Für das Werfen zweier Würfel gibt es insgesamt 36 mögliche Ereignisse.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Für das Ereignis "Augensumme gleich 4" gibt es drei Möglichkeiten:

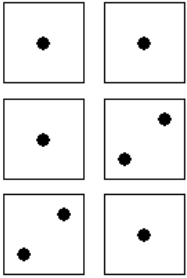


	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$\frac{3}{36} = \frac{1}{12} = 0,083 = \frac{8,3}{100} = 8,3\%$$

Lösung 2019 W4a:

Für das Ereignis "Augensumme kleiner 4" gibt es drei Möglichkeiten:



$$\frac{3}{36} = \frac{1}{12} = 0,083 = \frac{8,3}{100} = \underline{8,3\%}$$

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Es ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

gleich 4 $\frac{1}{12}$

kleiner 4 $\frac{1}{12}$

alle anderen $\frac{10}{12}$

Es ergeben sich folgende Gewinnwerte:

gleich 4 man hat einen Gewinn von 4 €, muß aber den Kaufpreis von 1 € abziehen + 3

kleiner 4 man hat man einen Gewinn von 2 €, muß aber den Kaufpreis von 1 € abziehen + 1

alle anderen man verliert den Einsatz von 1 € - 1

$$E_1 = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

$$E_1 = 3 \cdot \frac{1}{12} + 1 \cdot \frac{1}{12} - 1 \cdot \frac{10}{12}$$

$$E_1 = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} - \frac{10}{12}$$

$$E_1 = -\frac{6}{12}$$

$$E_1 = \underline{\underline{-0,50\text{€}}}$$

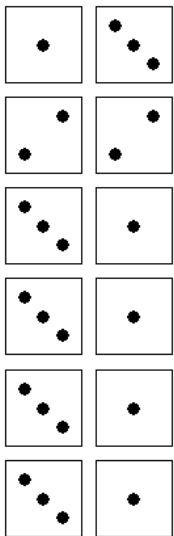
Antwort: Der Erwartungswert beträgt - 0,50 €

Lösung 2019 W4a:

2. Berechnung des Erwartungswertes E_2 mit drei weiteren Einsen:

Für das Werfen der zwei Würfel gibt es wieder insgesamt 36 mögliche Ereignisse.

Für das Ereignis "Augensumme gleich 4" gibt es sechs Möglichkeiten:

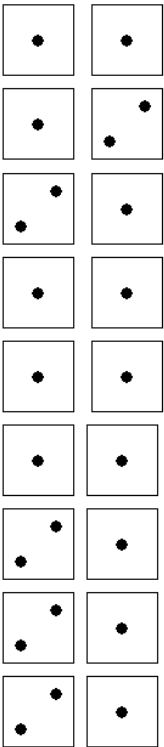


$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0,166 = \frac{16,6}{100} = \underline{16,6\%}$$

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7
	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7

Lösung 2019 W4a:

Für das Ereignis "Augensumme kleiner 4" gibt es neun Möglichkeiten:



$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0,25 = \frac{25}{100} = 25\%$$

Es ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

gleich 4 $\frac{2}{12}$

kleiner 4 $\frac{3}{12}$

alle anderen $\frac{7}{12}$

Es ergeben sich folgende Gewinnwerte:

gleich 4 man hat einen Gewinn von 4 €, muß aber den Kaufpreis von 1 € abziehen + 3

kleiner 4 man hat man einen Gewinn von 2 €, muß aber den Kaufpreis von 1 € abziehen + 1

alle anderen man verliert den Einsatz von 1 € - 1

$$E_2 = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

$$E_2 = 3 \cdot \frac{2}{12} + 1 \cdot \frac{3}{12} - 1 \cdot \frac{7}{12}$$

$$E_2 = \frac{6}{12} + \frac{3}{12} - \frac{7}{12}$$

$$E_2 = \frac{2}{12}$$

$$E_2 = 0,17 \text{ €}$$

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

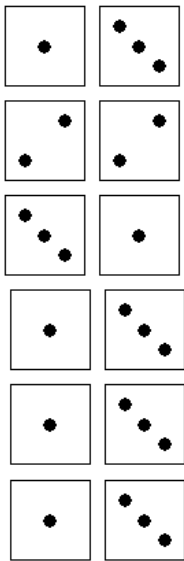
Lösung 2019 W4a:

3. Berechnung des Erwartungswertes E_3 mit drei weiteren Dreien:

Für das Werfen der zwei Würfel gibt es wieder insgesamt 36 mögliche Ereignisse.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9

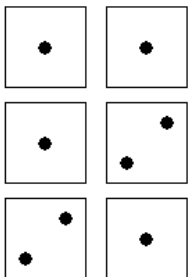
Für das Ereignis "Augensumme gleich 4" gibt es sechs Möglichkeiten:



	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0,166 = \frac{16,6}{100} = \underline{16,6\%}$$

Für das Ereignis "Augensumme kleiner 4" gibt es drei Möglichkeiten:



$$\frac{3}{36} = \frac{1}{12} = 0,083 = \frac{8,3}{100} = \underline{8,3\%}$$

Lösung 2019 W4a:

Es ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

gleich 4	$\frac{2}{12}$
kleiner 4	$\frac{1}{12}$
alle anderen	$\frac{9}{12}$

Es ergeben sich folgende Gewinnwerte:

gleich 4	man hat einen Gewinn von 4 €, muß aber den Kaufpreis von 1 € abziehen	+ 3
kleiner 4	man hat man einen Gewinn von 2 €, muß aber den Kaufpreis von 1 € abziehen	+ 1
alle anderen	man verliert den Einsatz von 1 €	- 1

$$E_3 = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

$$E_3 = 3 \cdot \frac{2}{12} + 1 \cdot \frac{1}{12} - 1 \cdot \frac{9}{12}$$

$$E_3 = \frac{6}{12} + \frac{1}{12} - \frac{9}{12}$$

$$E_3 = -\frac{2}{12}$$

$$E_3 = -0,17 \text{ €}$$

Antwort: Der Betreiber sollte sich für die Ergänzung mit drei Dreien entscheiden, da der Erwartungswert negativ ist.

Argumentative Begründung:

Ersetzt der Betreiber auf einem der beiden Würfel die Vier, die Fünf und die Sechs durch drei Einsen, dann gibt es insgesamt 9 mögliche Ereignisse "Augensumme kleiner 4". Werden drei Dreien hinzugefügt, ergeben sich insgesamt nur 3 mögliche Ereignisse "Augensumme kleiner 4". Die Anzahl der möglichen Ereignisse "Augensumme gleich 4" ist in beiden Fällen gleich.

Deshalb sollte sich der Betreiber für die drei Dreien entscheiden.