Wahlaufgaben

Aufgabe 2018 W2b:

5 P

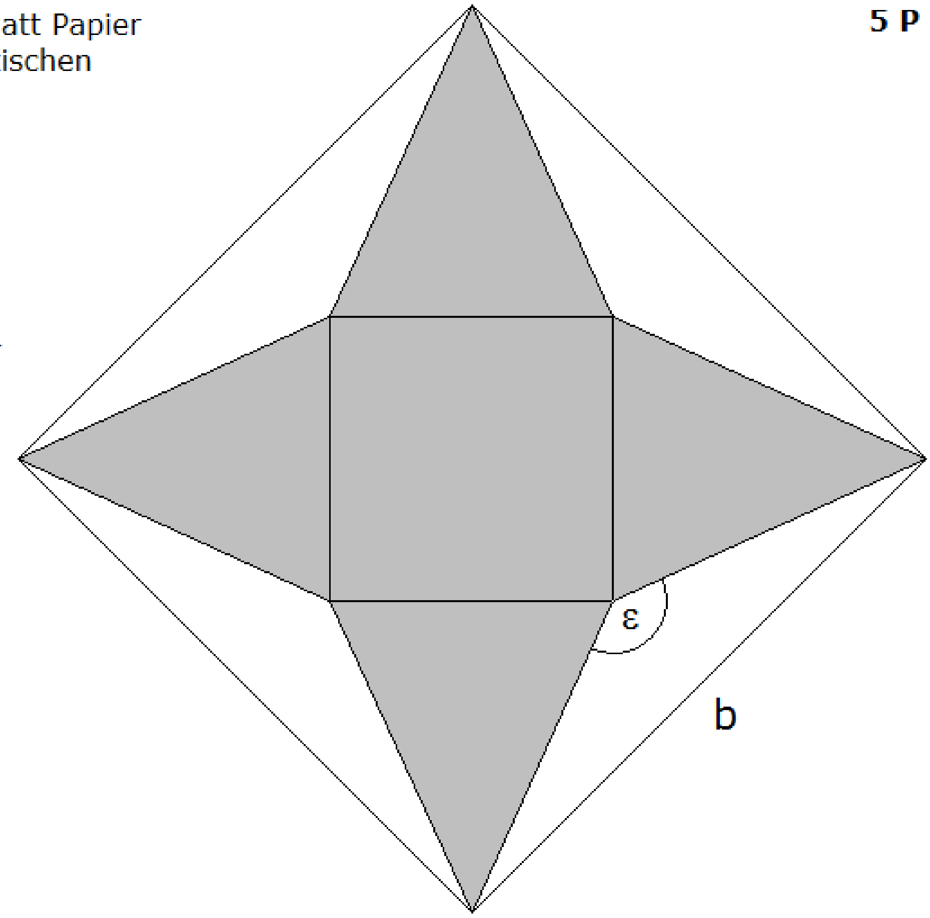
Aus einem quadratischen Blatt Papier wird das Netz einer quadratischen Pyramide hergestellt.

Es gilt:

$b = 20,0\,\text{cm}$

$\varepsilon = 140,0^\circ$

Berechnen Sie die Höhe der quadratischen Pyramide.



Strategie 2018 W2b:

<u>Gegeben:</u>

Quadratisches Blatt Papier
Quadratische Pyramide

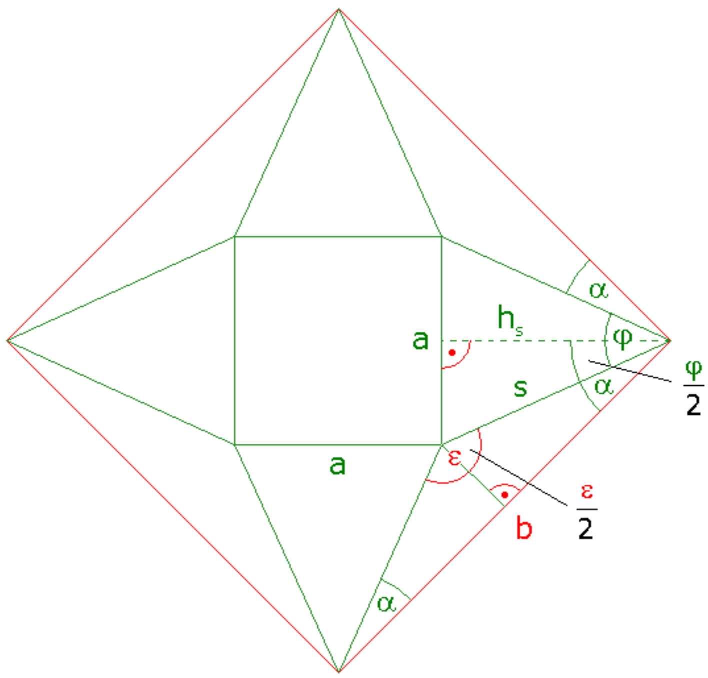
$b = 20,0\,\text{cm}$

$\varepsilon = 140,0^\circ$

<u>Gesucht:</u>

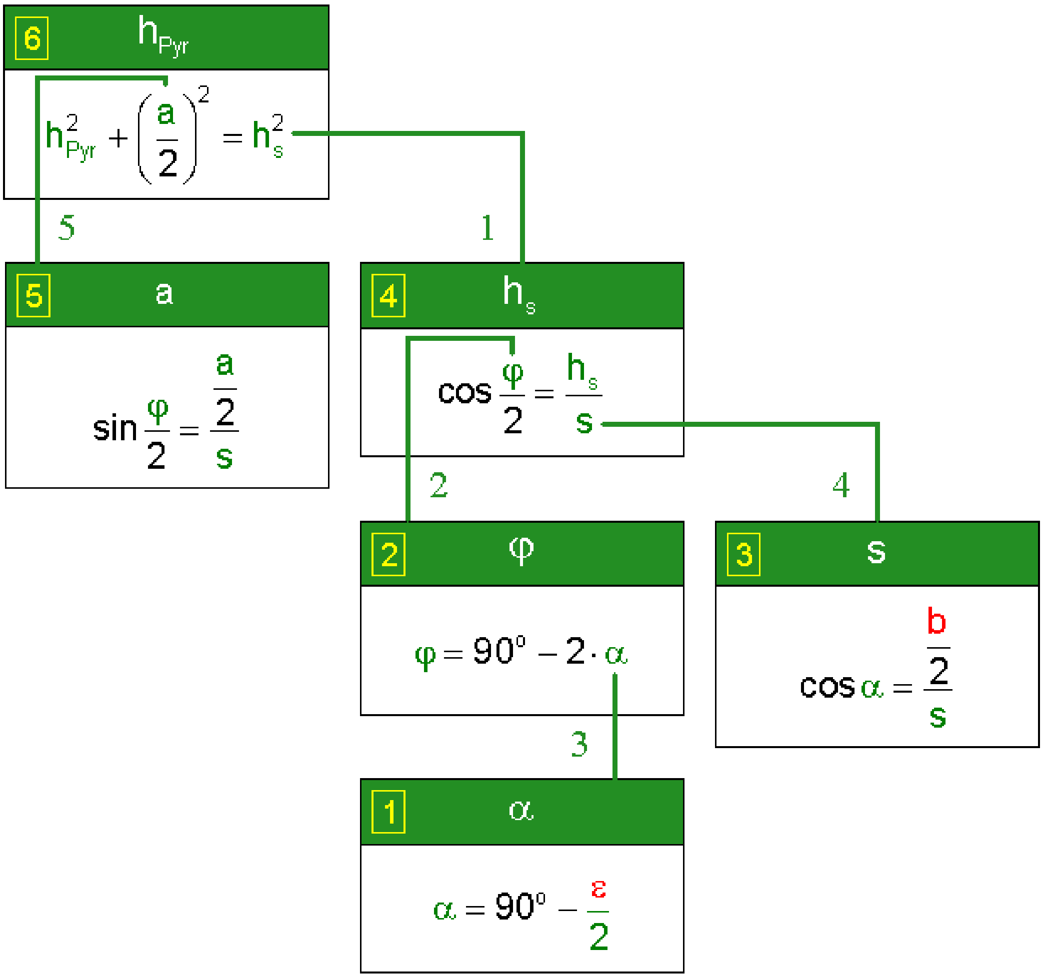
h_{Pyr}

<u>Skizze:</u>



Strategie 2018 W2b:

Struktogramm:



Lösung 2018 W2b:

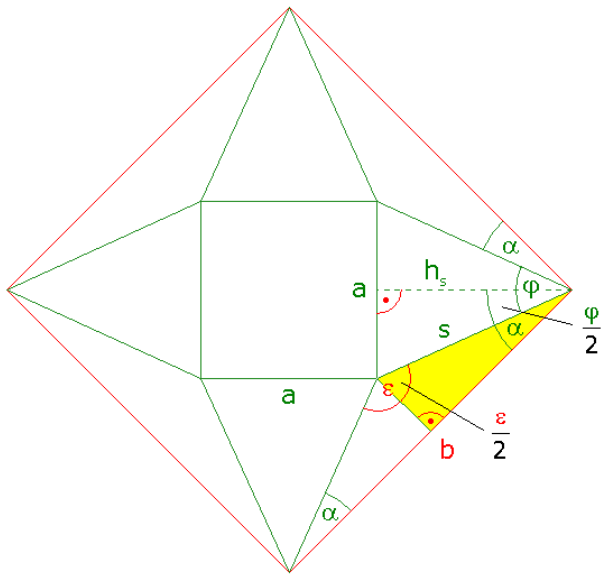
1. Berechnung des Winkels α:

$$\alpha = 90° - \frac{\varepsilon}{2}$$

$$\alpha = 90° - \frac{140°}{2}$$

$$\alpha = 90° - 70°$$

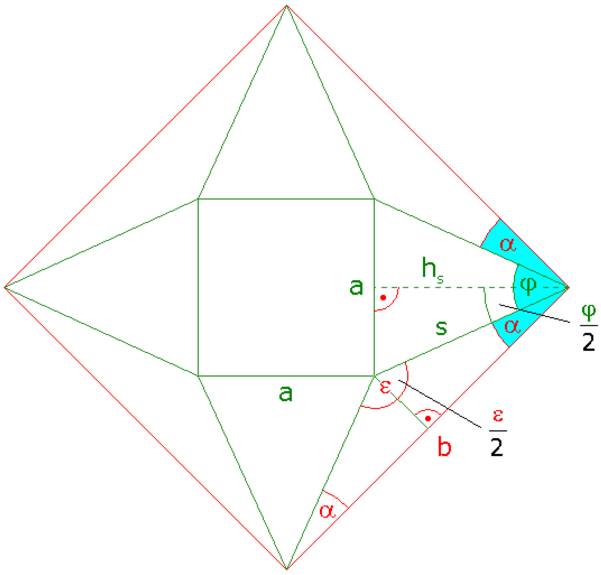
$$\underline{\alpha = 20°}$$



Lösung 2018 W2b:

2. Berechnung des Winkels φ:

$$\varphi = 90^\circ - 2 \cdot \alpha$$
$$\varphi = 90^\circ - 2 \cdot 20^\circ$$
$$\varphi = 90^\circ - 40^\circ$$
$$\underline{\varphi = 50^\circ}$$



3. Berechnung der Seitenkante s der quadratischen Pyramide:

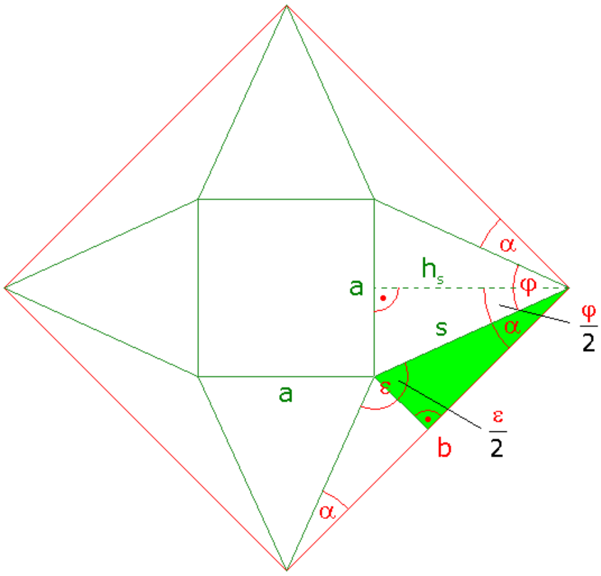
$$\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{b}{2}}{s}$$ Kosinusfunktion im grünen rechtwinkligen Dreieck

$$\cos 20^\circ = \frac{\frac{20}{2}}{s}$$

$$0,9397 = \frac{10}{s} \qquad | \cdot s$$

$$s \cdot 0,9397 = 10 \qquad | : 0,9397$$

$$\underline{s = 10,64\,\text{cm}}$$



4. Berechnung der Höhe der Seitenfläche h_s:

$$\cos\frac{\varphi}{2} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h_s}{s}$$ Kosinusfunktion im orangefarbigen rechtwinkligen Dreieck

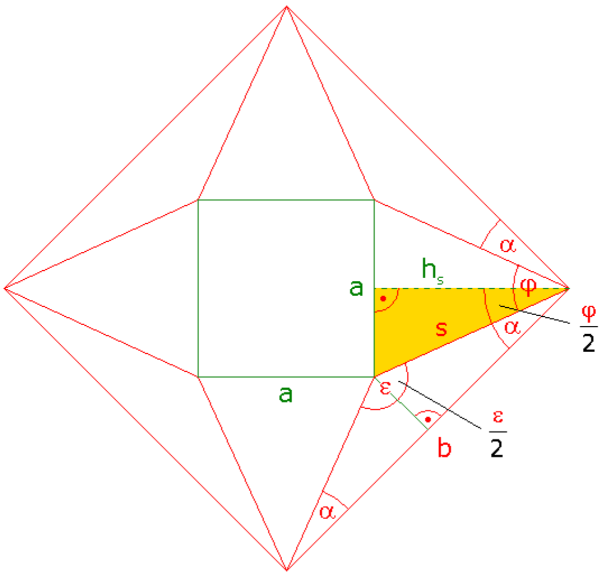
$$\cos\frac{50^\circ}{2} = \frac{h_s}{10,64}$$

$$\cos 25^0 = \frac{h_s}{10,64}$$

$$0,9063 = \frac{h_s}{10,64}$$ Seiten tauschen

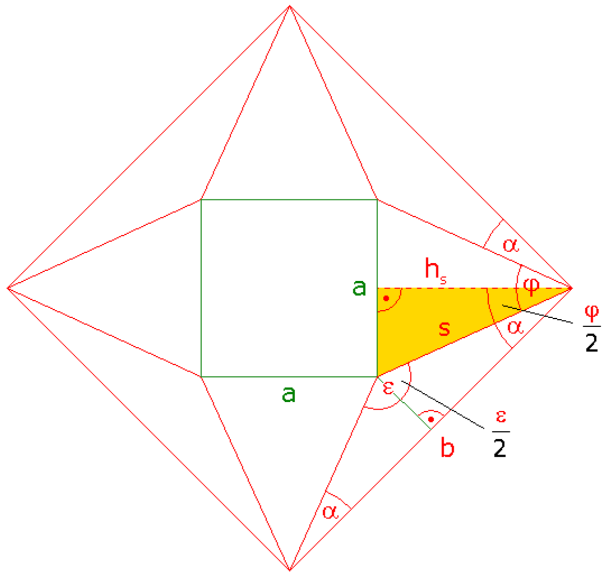
$$\frac{h_s}{10,64} = 0,9063 \qquad | \cdot 10,64$$

$$\underline{h_s = 9,64\,\text{cm}}$$



Lösung 2018 W2b:

5. Berechnung der Grundkante a der quadratischen Pyramide:



$$\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{a}{2}}{s}$$ Sinusfunktion im orangefarbigen rechtwinkligen Dreieck

$$\sin\frac{50^\circ}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{10,64}$$

$$\sin 25^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{10,64}$$

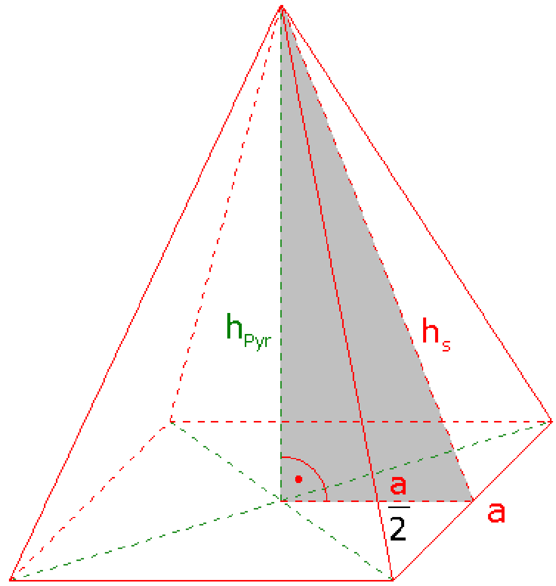
$$0,4226 = \frac{\frac{a}{2}}{10,64}$$ Seiten tauschen

$$\frac{\frac{a}{2}}{10,64} = 0,4226 \qquad |\cdot 10,64$$

$$\frac{a}{2} = 4,5 \qquad |\cdot 2$$

$$\underline{a = 9\,\text{cm}}$$

6. Berechnung der Pyramidenhöhe h_{Pyr}:



$$h_{Pyr}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = h_s^2$$ Pythagoras im hellgrauen rechtwinkligen Dreieck

$$h_{Pyr}^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 9,64^2$$

$$h_{Pyr}^2 + 4,5^2 = 9,64^2$$

$$h_{Pyr}^2 + 20,25 = 92,93 \qquad |-20,25$$

$$h_{Pyr}^2 = 72,68 \qquad |\sqrt{}$$

$$\underline{\underline{h_{Pyr} = 8,53\,\text{cm}}}$$