

Wahlaufgaben

Aufgabe 2018 W2a:

Ein massiver Kegel hat folgende Maße:

$$V_{\text{Kegel}} = 500 \text{ cm}^3$$

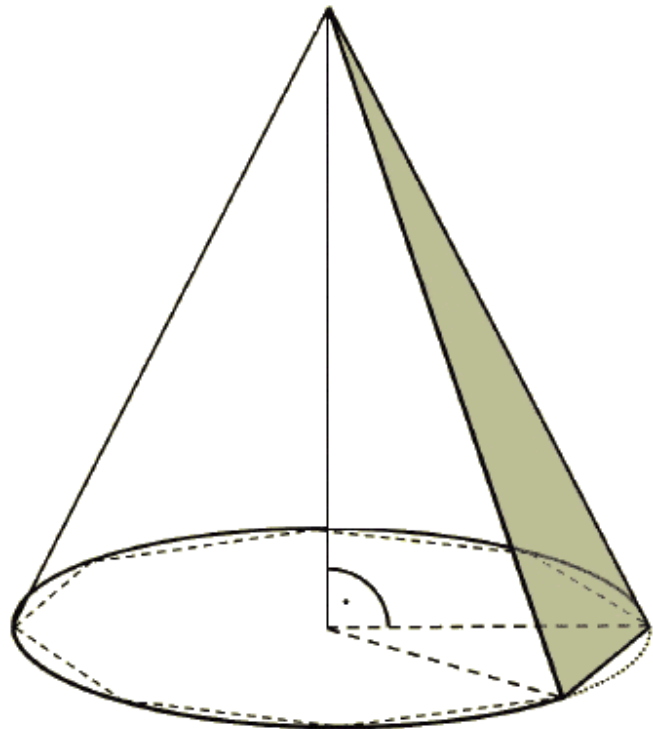
$$d_{\text{Kegel}} = 13,0 \text{ cm}$$

Dieser Kegel wird so bearbeitet, dass eine regelmäßige achtseitige Pyramide gleicher Höhe entsteht.

Ein Manteldreieck ist bereits sichtbar.

Berechnen Sie das Volumen der entstehenden Pyramide.

5 P



Strategie 2018 W2a:

Gegeben:

Kegel

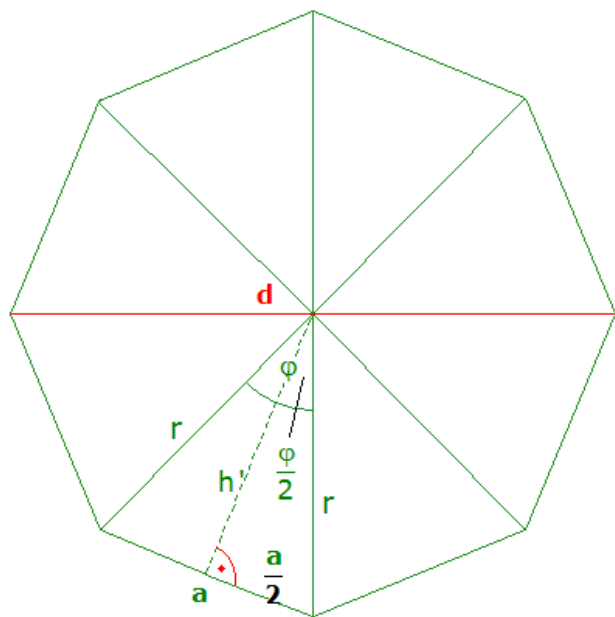
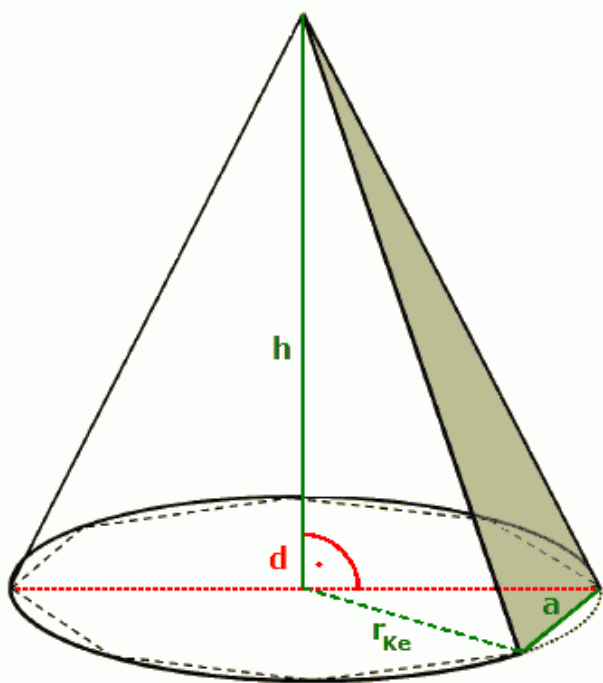
$$V_{\text{Kegel}} = 500 \text{ cm}^3$$

$$d_{\text{Kegel}} = 13,0 \text{ cm}$$

Gesucht:

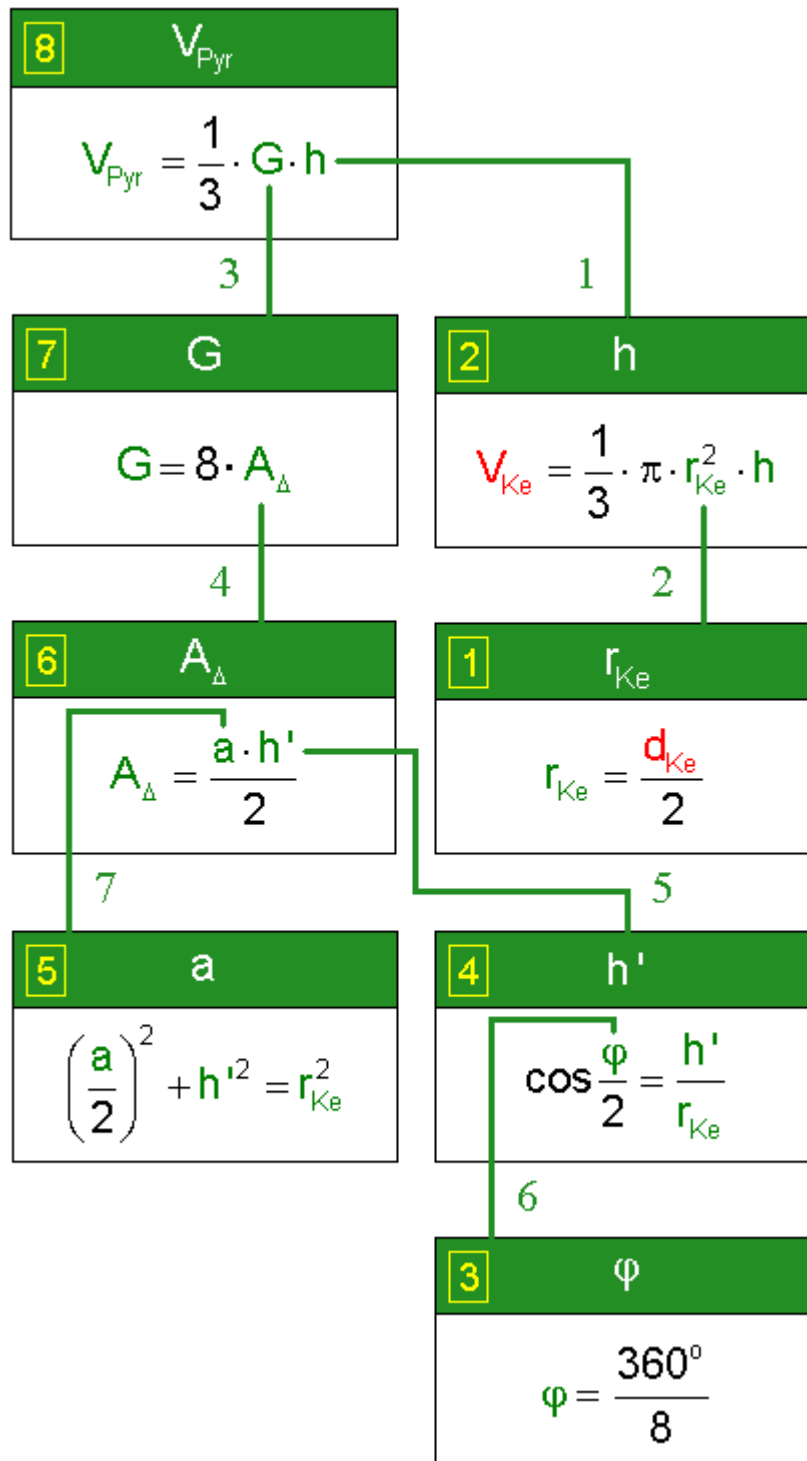
$$V_{\text{Pyr}}$$

Skizze:



Strategie 2018 W2a:

Struktogramm:



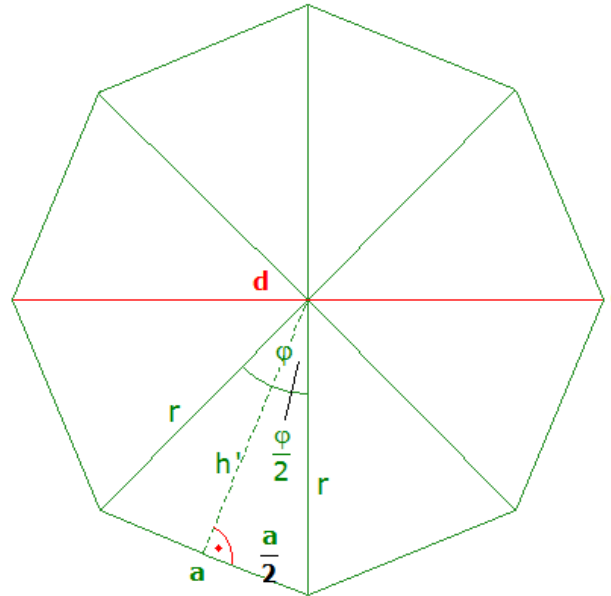
Lösung 2018 W2a:

1. Berechnung des Kegelradius r_{Ke} :

$$r_{Ke} = \frac{d_{Ke}}{2}$$

$$r_{Ke} = \frac{13}{2}$$

$$\underline{r_{Ke} = 6,5 \text{ cm}}$$



2. Berechnung der Kegelhöhe h:

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_{Ke}^2 \cdot h \quad \text{Formel Kegelvolumen}$$

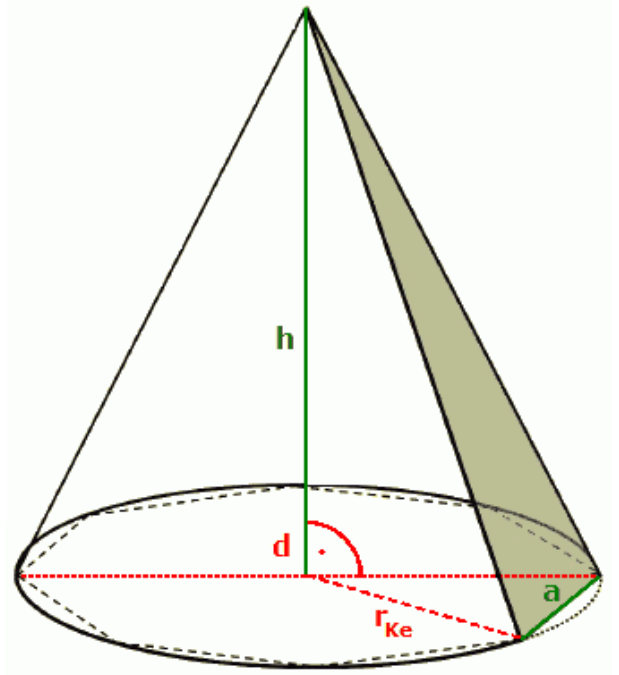
$$500 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6,5^2 \cdot h$$

$$500 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 42,25 \cdot h \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 42,25 \cdot h = 500 \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$44,24 \cdot h = 500 \quad | : 44,24$$

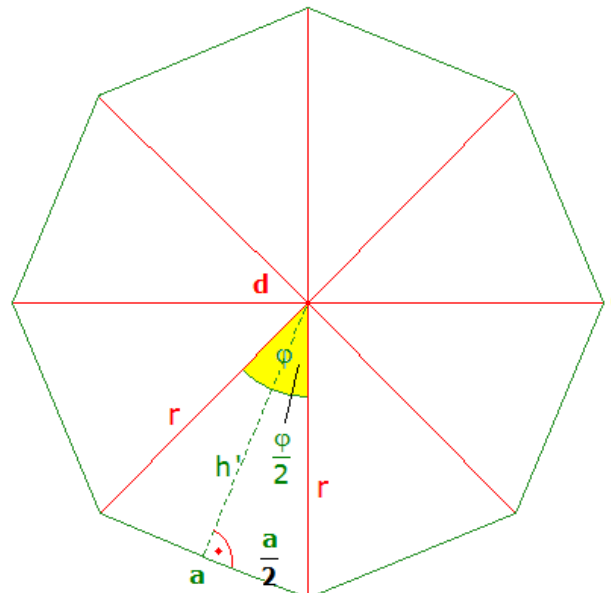
$$\underline{h = 11,3 \text{ cm}}$$



3. Berechnung der Winkels φ :

$$\varphi = \frac{360^\circ}{8}$$

$$\underline{\varphi = 45^\circ}$$



Lösung 2018 W2a:

4. Berechnung der Dreieckshöhe h' :

$$\cos \frac{\varphi}{2} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h'}{r_{\text{ke}}} \quad \text{Kosinusfunktion im hellblauen rechtwinkligen Dreieck}$$

$$\cos \frac{45^\circ}{2} = \frac{h'}{6,5}$$

$$\cos 22,5^\circ = \frac{h'}{6,5}$$

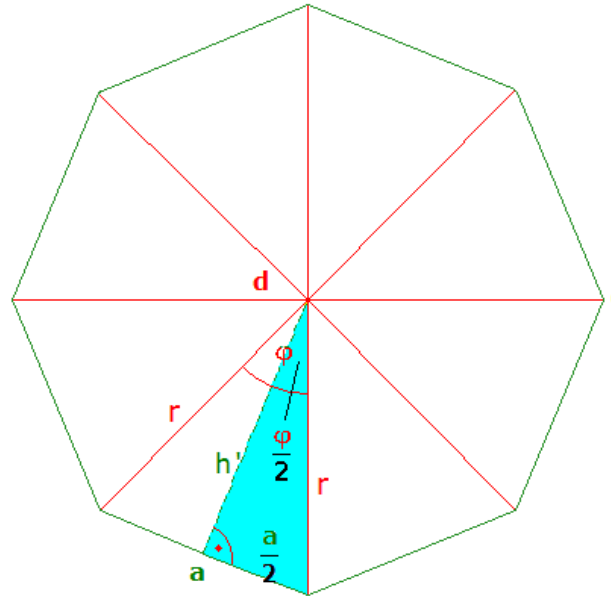
$$0,9239 = \frac{h'}{6,5}$$

Seiten tauschen

$$\frac{h'}{6,5} = 0,9239$$

$\cdot 6,5$

$$\underline{h' = 6 \text{ cm}}$$



5. Berechnung der Achteckseite a :

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h'^2 = r_{\text{ke}}^2$$

Pythagoras im hellblauen rechtwinkligen Dreieck

$$\frac{a^2}{4} + 6^2 = 6,5^2$$

$$\frac{a^2}{4} + 36 = 42,25$$

$\mid -36$

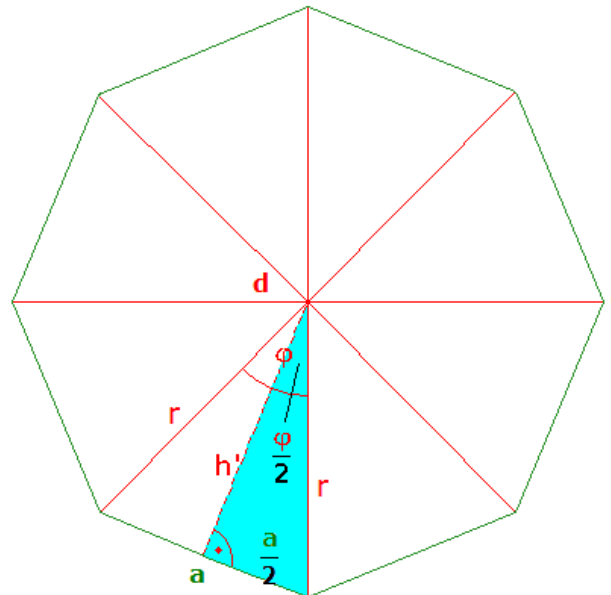
$$\frac{a^2}{4} = 6,25$$

$\mid \cdot 4$

$$a^2 = 25$$

$\mid \sqrt{\quad}$

$$\underline{a = 5 \text{ cm}}$$



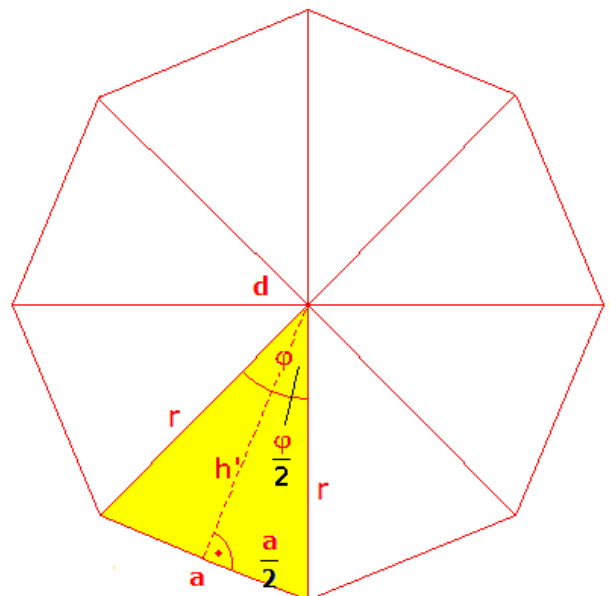
6. Berechnung der Dreiecksfläche A_Δ :

$$A_\Delta = \frac{a \cdot h'}{2}$$

Flächenformel gelbes Dreieck

$$A_\Delta = \frac{5 \cdot 6}{2}$$

$$\underline{A_\Delta = 15 \text{ cm}^2}$$



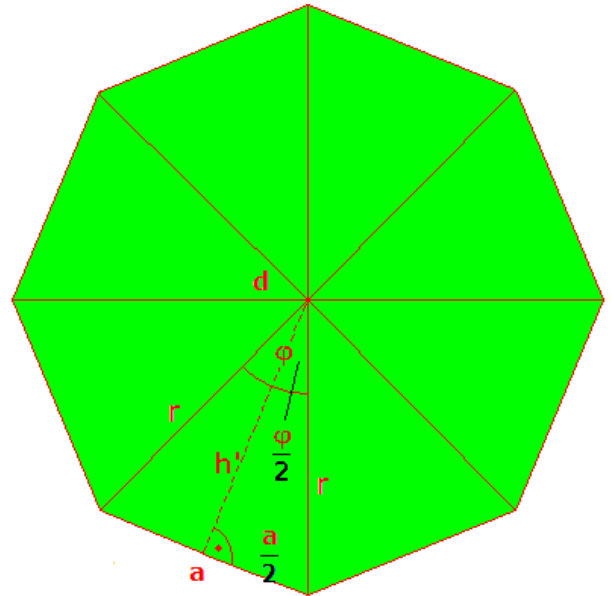
Lösung 2018 W2a:

7. Berechnung der Pyramiden-Grundseite G:

$$G = 8 \cdot A_{\Delta}$$

$$G = 8 \cdot 15$$

$$\underline{\underline{G = 120 \text{ cm}^2}}$$



8. Berechnung des Pyramidenvolumens V_{Pyr} :

$$V_{\text{Pyr}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

$$V_{\text{Pyr}} = \frac{1}{3} \cdot 120 \cdot 11,3$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Pyr}} = 452 \text{ cm}^3}}$$

