Wahlaufgaben

Aufgabe 2018 W1b:

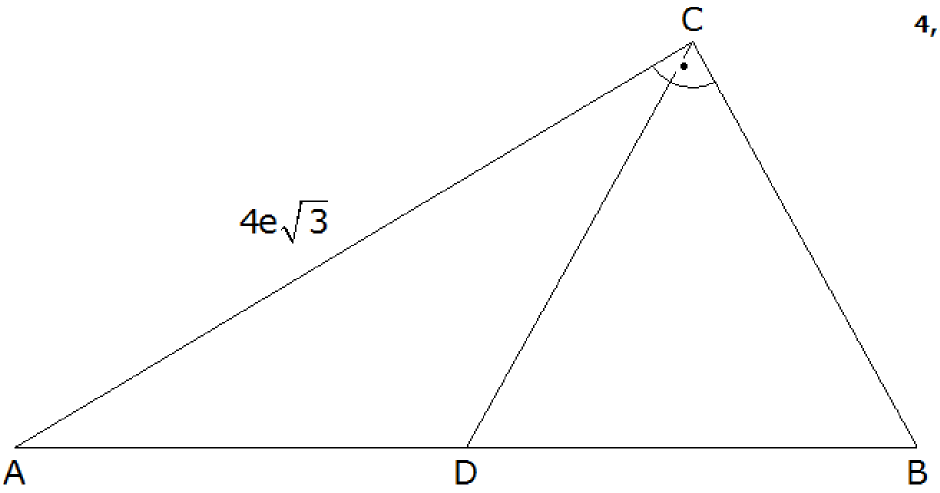
4,5 P

Im rechtwinkligen Dreieck ABC liegt das gleichseitige Dreieck DBC.

Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, dass die beiden Dreiecke ADC und DBC flächengleich sind.

Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC soll 200 cm^2 betragen.

Für welchen Wert von e trifft dies zu?



Strategie 2018 W1b:

Gegeben:

$\overline{AC} = 4e\sqrt{3}$

$\overline{DB} = \overline{BC} = \overline{CD}$

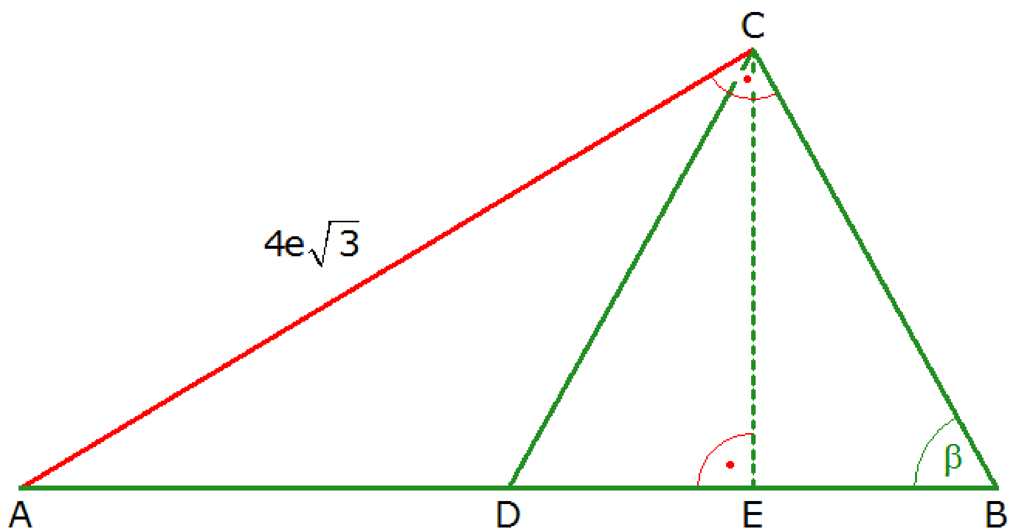
$A_{ABC} = 200\,cm^2$

Gesucht:

$A_{ADC} = A_{DBC}$

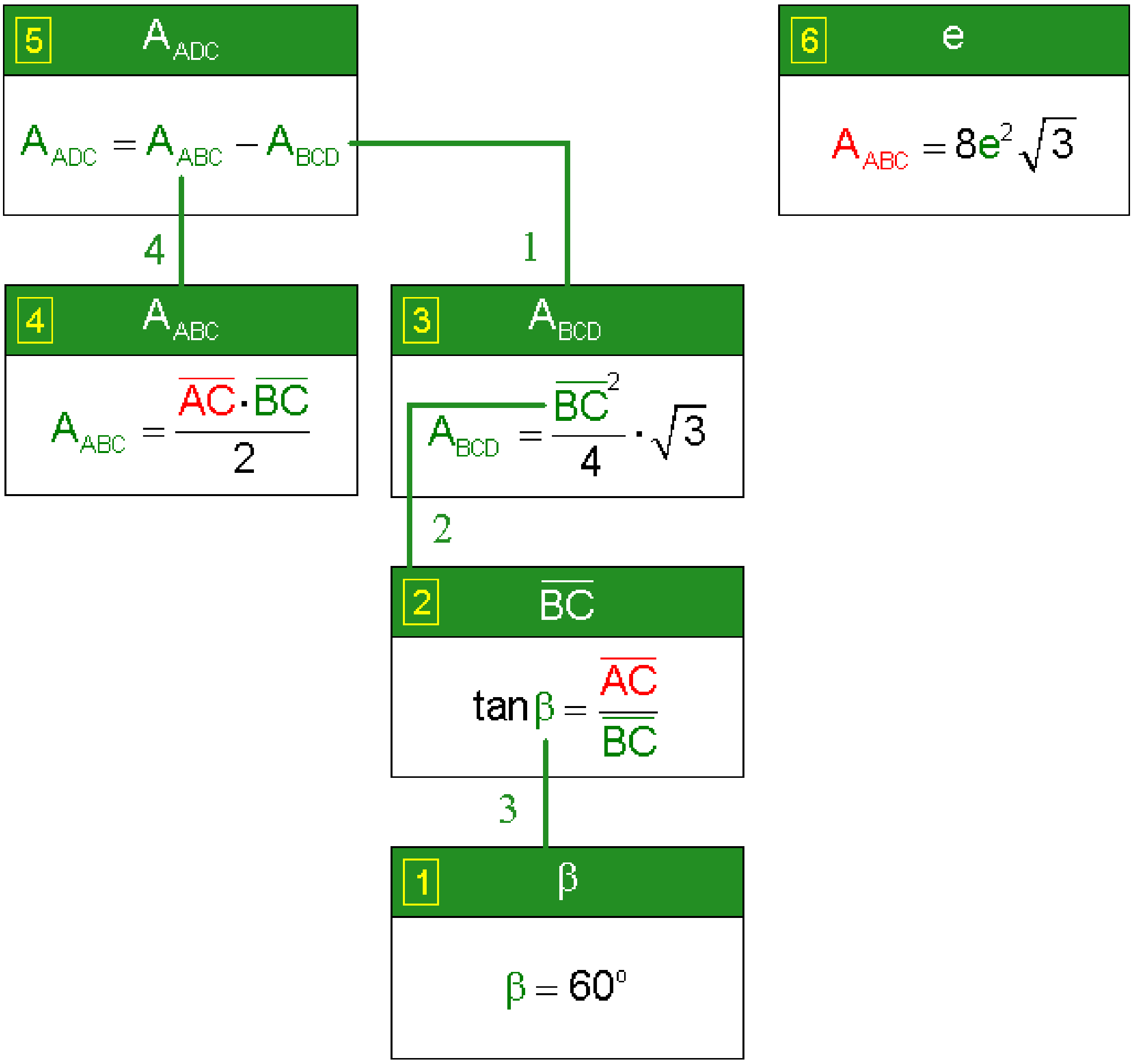
e

Skizze:



Strategie 2018 W1b:

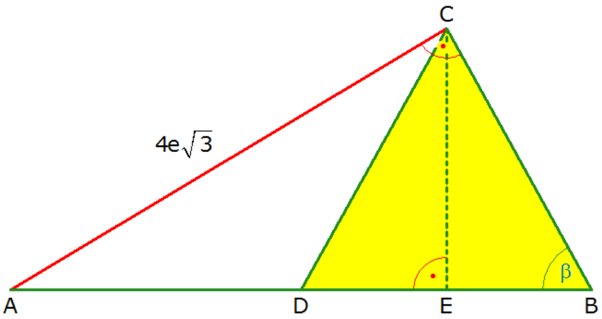
Struktogramm:



Lösung 2018 W1b:

1. Berechnung des Winkels β:

$\underline{\beta = 60^\circ}$ Dreieck DBC ist gleichseitig

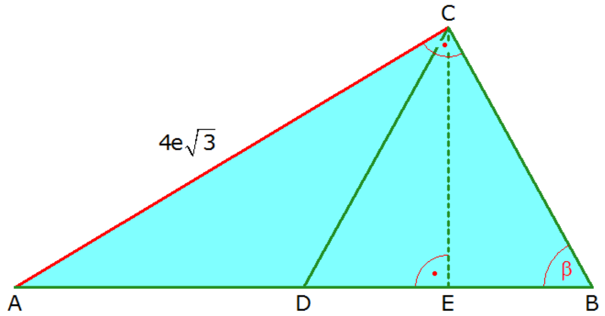


Lösung 2018 W1b:

2. Berechnung der Strecke $\overline{BC}$:

$$\tan\beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

Tangensfunktion im hellblauen rechtwinkligen Dreieck ABC



$$\tan 60^\circ = \frac{4e\sqrt{3}}{\overline{BC}}$$

$$\sqrt{3} = \frac{4e\sqrt{3}}{\overline{BC}} \qquad \bigg|\cdot\overline{BC}$$

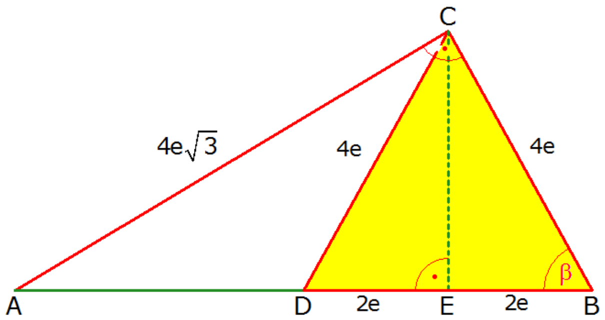
$$\overline{BC}\cdot\sqrt{3} = 4e\sqrt{3} \qquad \bigg| : \sqrt{3}$$

$$\underline{\overline{BC} = 4e}$$

3. Berechnung der Dreiecksfläche A_{BCD}:

$$A_{BCD} = \frac{\overline{BC}^2}{4}\cdot\sqrt{3}$$

Flächenformel gleichseitiges Dreieck



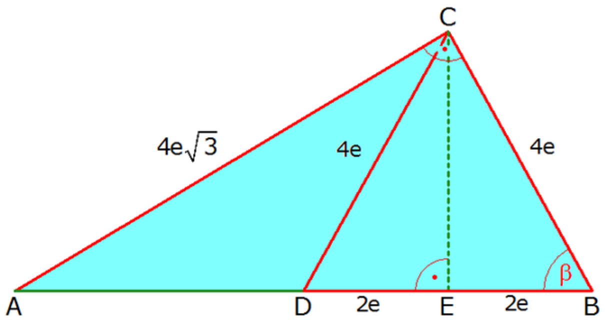
$$A_{BCD} = \frac{(4e)^2}{4}\cdot\sqrt{3}$$

$$A_{BCD} = \frac{16e^2}{4}\cdot\sqrt{3}$$

$$\underline{A_{BCD} = 4e^2\sqrt{3}}$$

4. Berechnung der Dreiecksfläche A_{ABC}:

$$A_{ABC} = \frac{\overline{AC}\cdot\overline{BC}}{2}$$



$$A_{ABC} = \frac{4e\sqrt{3}\cdot 4e}{2}$$

$$A_{ABC} = \frac{16e^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\underline{A_{ABC} = 8e^2\sqrt{3}}$$

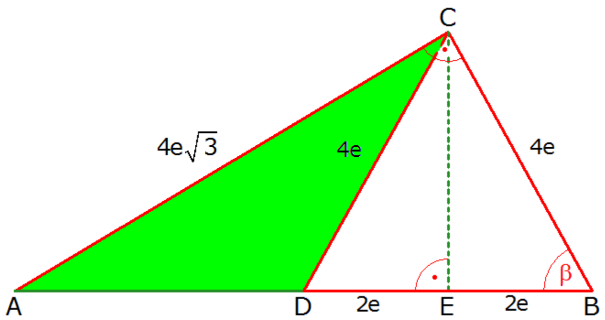
5. Berechnung der Dreiecksfläche A_{ADC}:

$$A_{ADC} = A_{ABC} - A_{BCD}$$

$$A_{ADC} = 8e^2\sqrt{3} - 4e^2\sqrt{3}$$

$$\underline{A_{ADC} = 4e^2\sqrt{3}}$$

$\Rightarrow$ Dreieck ADC und Dreieck DBC sind flächengleich



Lösung 2018 W1b:

6. Berechnung des Wertes von e:

$$A_{ABC} = 8e^2\sqrt{3}$$

$$200 = 8e^2\sqrt{3}$$ Seiten tauschen

$$8e^2\sqrt{3} = 200 \quad |:8$$

$$e^2\sqrt{3} = 25 \quad |:\sqrt{3}$$

$$e^2 = 14{,}43 \quad |\sqrt{\ }$$

$$\underline{\underline{e = 3{,}8\,\text{cm}}}$$