

**Wahlaufgaben**

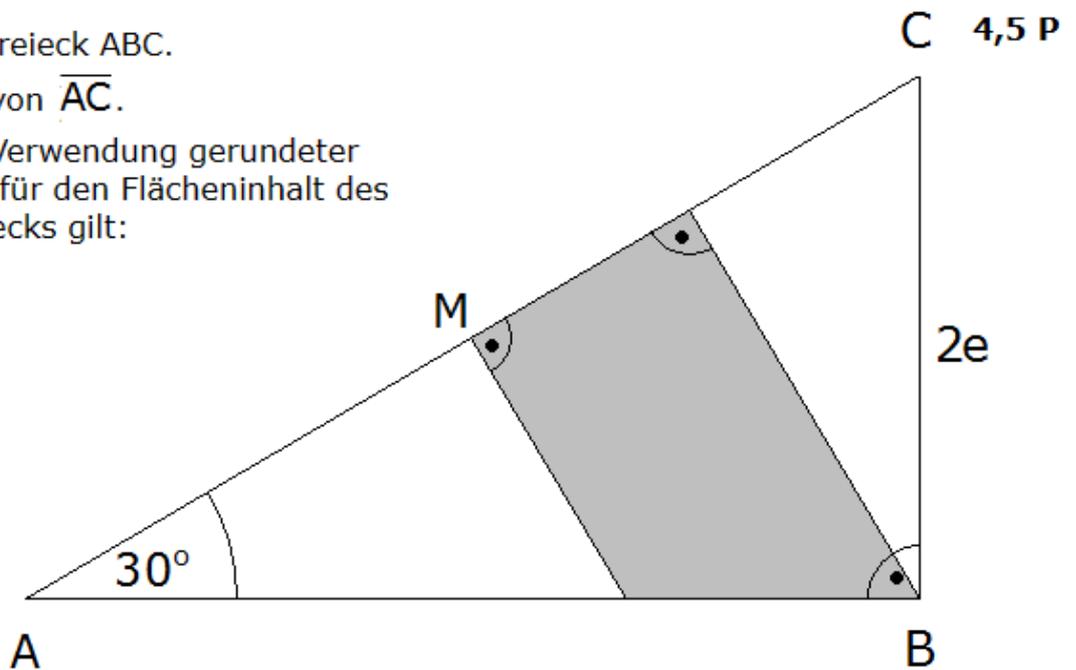
**Aufgabe 2014 W1b:**

Gegeben ist das Dreieck ABC.

M ist Mittelpunkt von  $\overline{AC}$ .

Weisen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte nach, dass für den Flächeninhalt des eingefärbten Vierecks gilt:

$$A = \frac{5}{6} e^2 \sqrt{3}$$



**Strategie 2014 W1b:**

**Gegeben:**

Dreieck ABC

M ist Mittelpunkt von  $\overline{AC}$

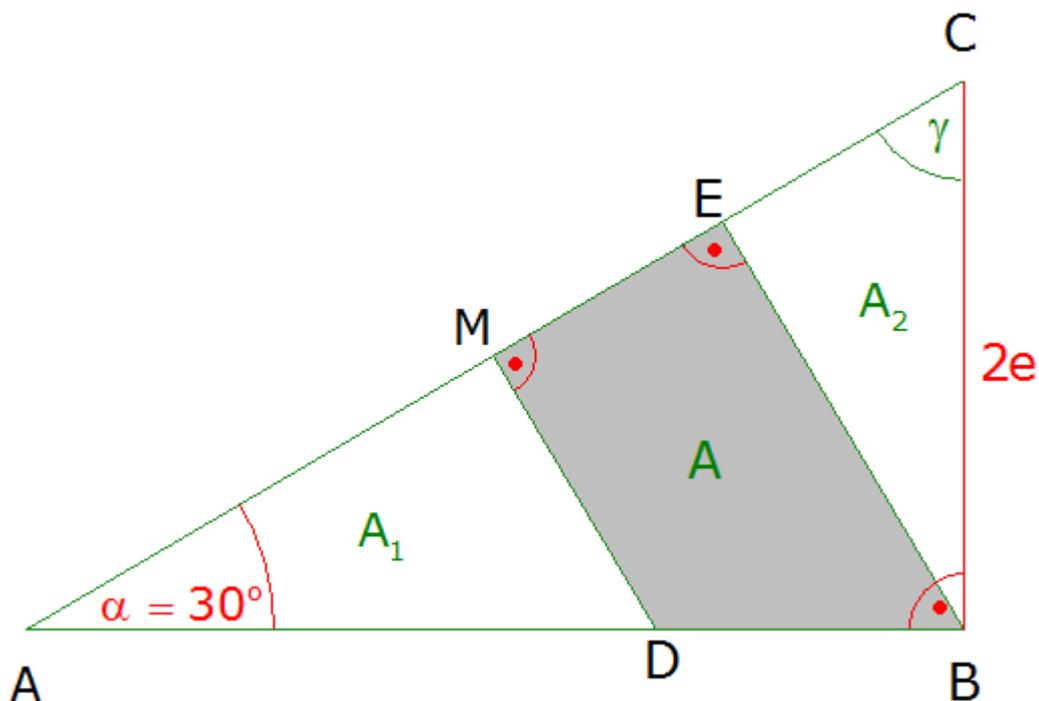
$$\alpha = 30^\circ$$

$$\overline{BC} = 2e$$

**Gesucht:**

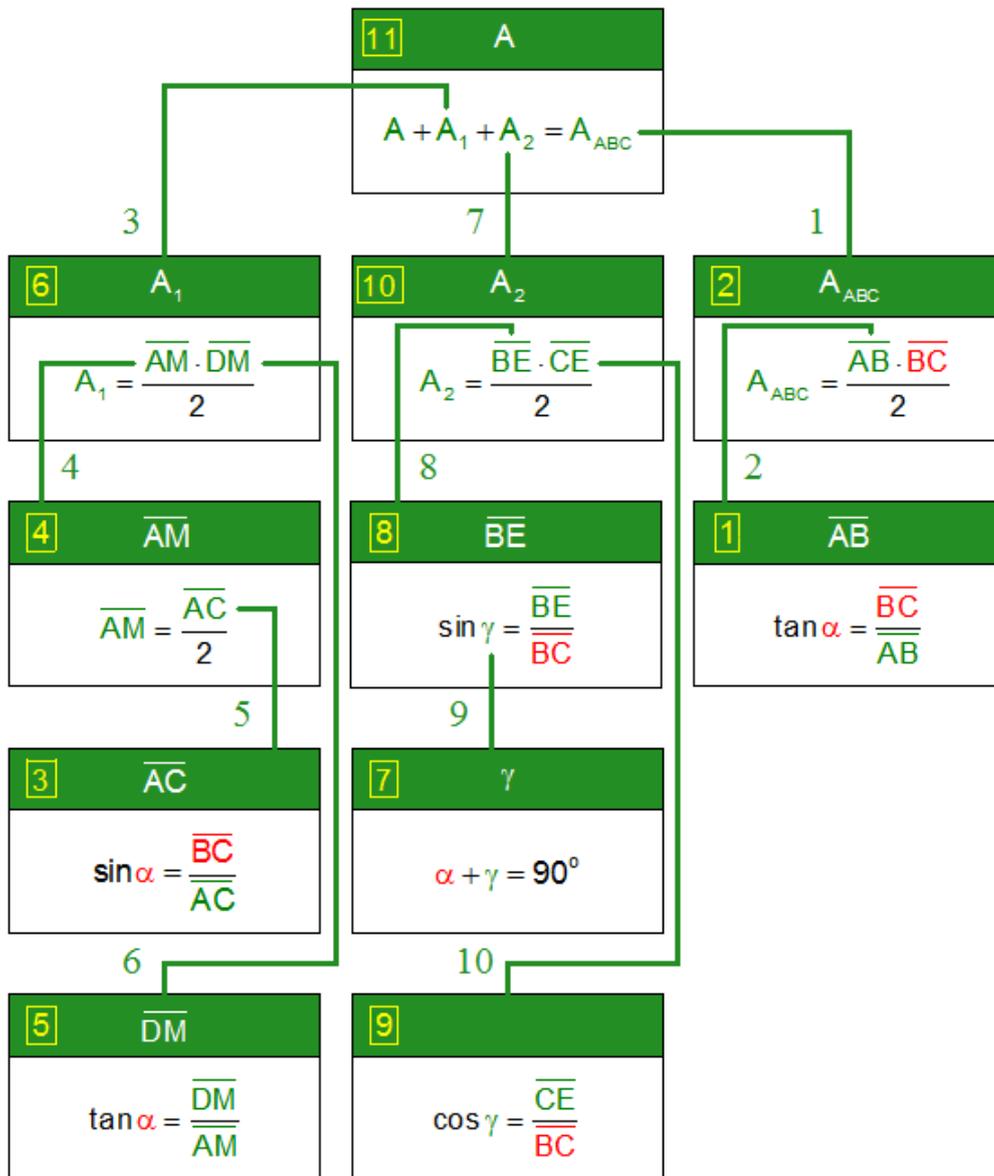
$$A = \frac{5}{6} e^2 \sqrt{3}$$

**Skizze:**



Strategie 2014 W1b:

**Struktogramm:**



**Lösung 2014 W1b:**

**1. Berechnung der Strecke  $\overline{AB}$ :**

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Dreieck ABC

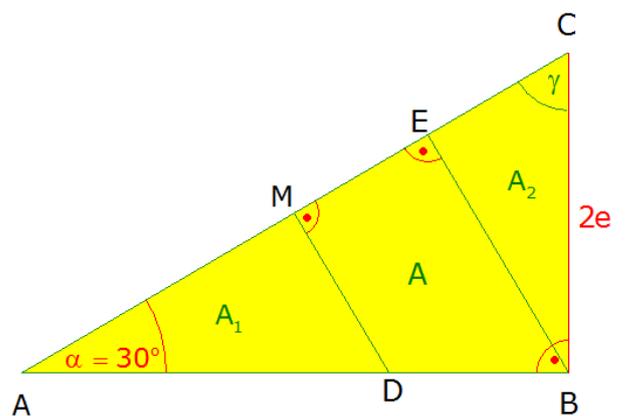
$$\tan 30^\circ = \frac{2e}{\overline{AB}} \quad | \cdot \overline{AB}$$

$$\overline{AB} \cdot \tan 30^\circ = 2e \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$\overline{AB} \cdot \frac{1}{3}\sqrt{3} = 2e \quad | \cdot 3$$

$$\overline{AB} \cdot \sqrt{3} = 6e \quad | : \sqrt{3}$$

$$\overline{AB} = \frac{6e}{\sqrt{3}}$$



**Lösung 2014 W1b:**

$$\overline{AB} = \frac{6e \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} \quad \text{Bruch erweitern, damit Nenner rational wird}$$

$$\overline{AB} = \frac{6e \cdot \sqrt{3}}{3} \quad \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$$

$$\overline{AB} = \frac{2 \cdot \cancel{3} \cdot e \cdot \sqrt{3}}{\cancel{3}} \quad \text{Bruch kürzen}$$

$$\overline{AB} = 2e\sqrt{3}$$

**2. Berechnung der Dreiecksfläche  $A_{ABC}$ :**

$$A_{ABC} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{BC}}{2} \quad \text{Flächenformel rechtwinkliges Dreieck}$$

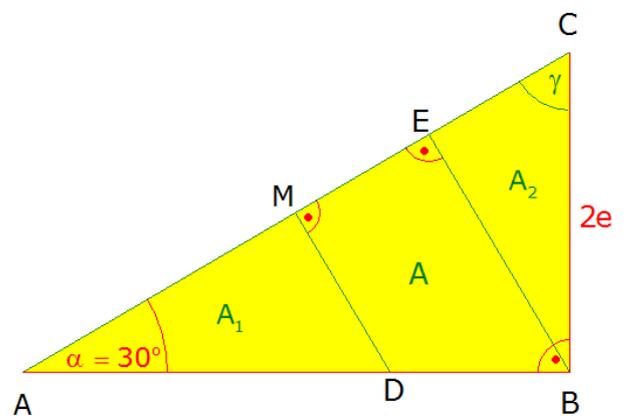
$$A_{ABC} = \frac{2e\sqrt{3} \cdot 2e}{2}$$

$$A_{ABC} = \frac{\cancel{2} e \sqrt{3} \cdot 2e}{\cancel{2}} \quad \text{Bruch kürzen}$$

$$A_{ABC} = e\sqrt{3} \cdot 2e \quad \text{Plätze tauschen}$$

$$A_{ABC} = 2e \cdot e\sqrt{3} \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$\underline{A_{ABC} = 2e^2\sqrt{3}}$$



**3. Berechnung der Strecke  $\overline{AC}$ :**

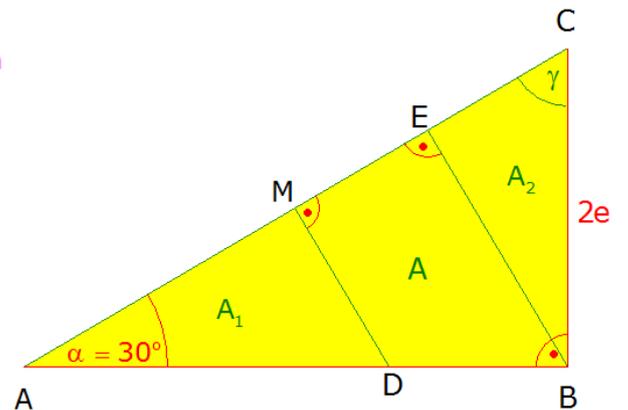
$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \quad \text{Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Dreieck ABC}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{2e}{\overline{AC}} \quad | \cdot \overline{AC}$$

$$\overline{AC} \cdot \sin 30^\circ = 2e \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\overline{AC} \cdot \frac{1}{2} = 2e \quad | \cdot 2$$

$$\underline{\overline{AC} = 4e}$$



**4. Berechnung der Strecke  $\overline{AM}$ :**

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \quad \text{M ist Mittelpunkt von } \overline{AC}$$

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \cdot 4e$$

$$\underline{\overline{AM} = 2e}$$

**Lösung 2014 W1b:**

**5. Berechnung der Strecke  $\overline{DM}$ :**

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{DM}}{\overline{AM}}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck ADM

$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{DM}}{2e}$$

Seiten tauschen

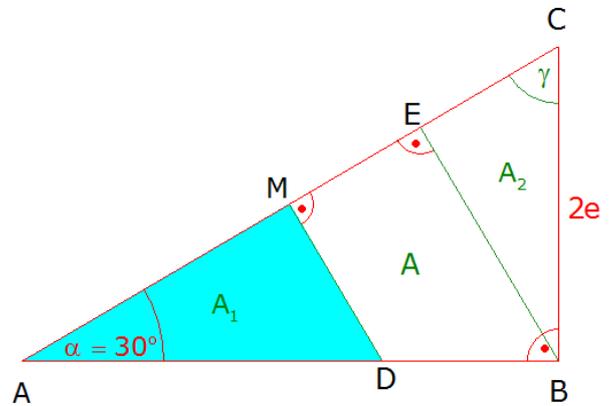
$$\frac{\overline{DM}}{2e} = \tan 30^\circ \quad | \cdot 2e$$

$$\overline{DM} = 2e \cdot \tan 30^\circ \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$\overline{DM} = 2e \cdot \frac{1}{3}\sqrt{3} \quad \text{Plätze tauschen}$$

$$\overline{DM} = 2 \cdot \frac{1}{3}e\sqrt{3} \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$\underline{\overline{DM} = \frac{2}{3}e\sqrt{3}}$$



**6. Berechnung der Dreiecksfläche  $A_1$ :**

$$A_1 = \frac{\overline{AM} \cdot \overline{DM}}{2} \quad \text{Flächenformel rechtwinkliges Dreieck}$$

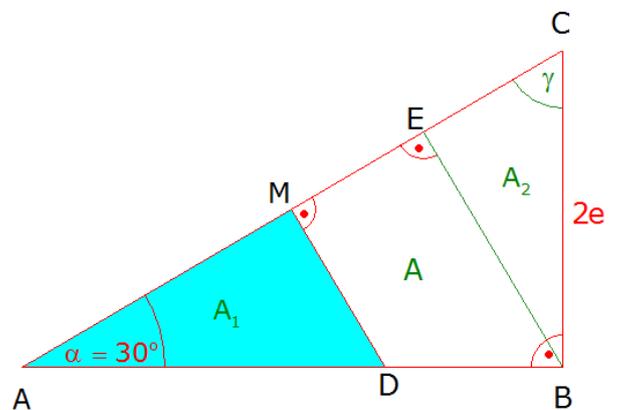
$$A_1 = \frac{2e \cdot \frac{2}{3}e\sqrt{3}}{2}$$

$$A_1 = \frac{\cancel{2}e \cdot \frac{2}{3}e\sqrt{3}}{\cancel{2}} \quad \text{Bruch kürzen}$$

$$A_1 = e \cdot \frac{2}{3}e\sqrt{3} \quad \text{Plätze tauschen}$$

$$A_1 = \frac{2}{3} \cdot e \cdot e\sqrt{3} \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$\underline{A_1 = \frac{2}{3} \cdot e^2\sqrt{3}}$$



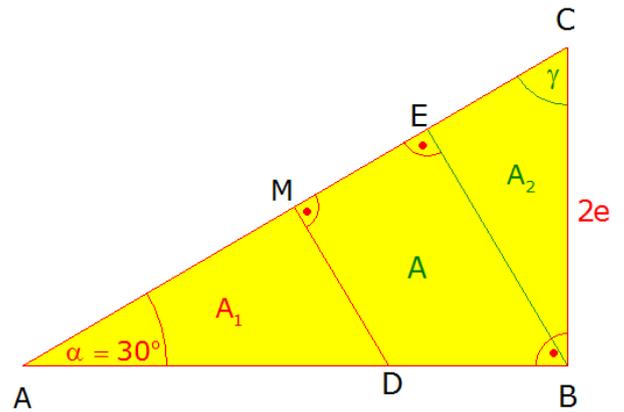
**Lösung 2014 W1b:**

**7. Berechnung des Winkels  $\gamma$ :**

$\alpha + \gamma = 90^\circ$     Winkelsumme im rechtwinkligen gelben Dreieck ABC

$30^\circ + \gamma = 90^\circ \quad | - 30^\circ$

$\gamma = 60^\circ$



**8. Berechnung der Strecke  $\overline{BE}$ :**

$\sin \gamma = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{BC}}$     Sinusfunktion im rechtwinkligen hellgrauen Teildreieck BCE

$\sin 60^\circ = \frac{\overline{BE}}{2e}$     Seiten tauschen

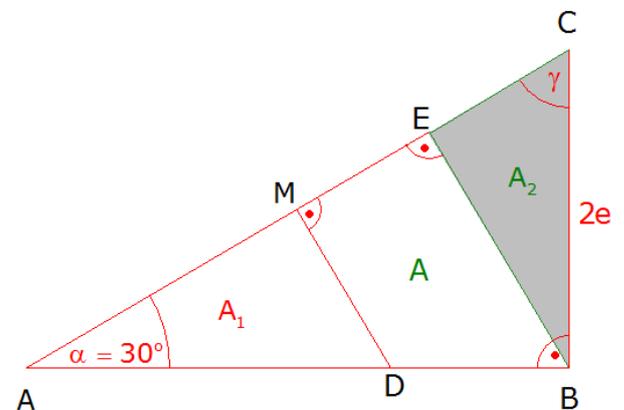
$\frac{\overline{BE}}{2e} = \sin 60^\circ \quad | \cdot 2e$

$\overline{BE} = 2e \cdot \sin 60^\circ \quad \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}$

$\overline{BE} = 2e \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \quad \text{Plätze tauschen}$

$\overline{BE} = 2 \cdot \frac{1}{2} e \cdot \sqrt{3} \quad \text{Zusammenfassen}$

$\overline{BE} = e\sqrt{3}$



**9. Berechnung der Strecke  $\overline{CE}$ :**

$\cos \gamma = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{BC}}$     Kosinusfunktion im rechtwinkligen hellgrauen Teildreieck BCE

$\cos 60^\circ = \frac{\overline{CE}}{2e} \quad \text{Seiten tauschen}$

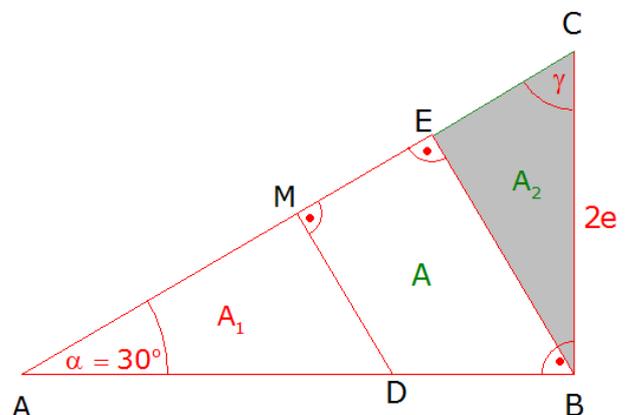
$\frac{\overline{CE}}{2e} = \cos 60^\circ \quad | \cdot 2e$

$\overline{CE} = 2e \cdot \cos 60^\circ \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$\overline{CE} = 2e \cdot \frac{1}{2} \quad \text{Plätze tauschen}$

$\overline{CE} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot e \quad \text{Zusammenfassen}$

$\overline{CE} = e$



**Lösung 2014 W1b:**

**10. Berechnung der Dreiecksfläche  $A_2$ :**

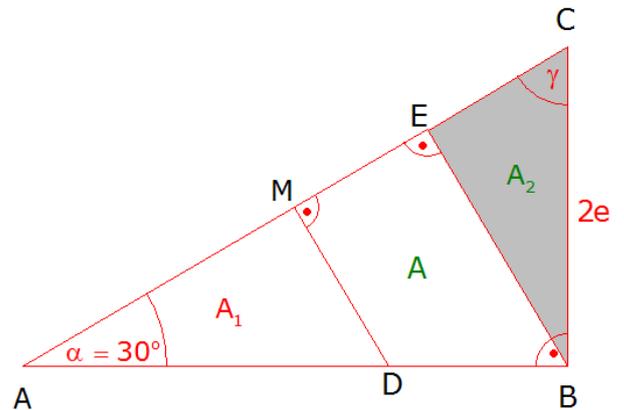
$$A_2 = \frac{\overline{BE} \cdot \overline{CE}}{2} \quad \text{Flächenformel rechtwinkliges Dreieck}$$

$$A_2 = \frac{e\sqrt{3} \cdot e}{2}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} e\sqrt{3} \cdot e \quad \text{Plätze tauschen}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} e \cdot e \cdot \sqrt{3} \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$\underline{\underline{A_2 = \frac{1}{2} e^2 \sqrt{3}}}$$



**11. Berechnung der Fläche A:**

$$A + A_1 + A_2 = A_{ABC}$$

$$A + \frac{2}{3} e^2 \sqrt{3} + \frac{1}{2} e^2 \sqrt{3} = 2 e^2 \sqrt{3} \quad \left| -\frac{2}{3} e^2 \sqrt{3} - \frac{1}{2} e^2 \sqrt{3} \right.$$

$$A = 2 e^2 \sqrt{3} - \frac{2}{3} e^2 \sqrt{3} - \frac{1}{2} e^2 \sqrt{3}$$

$$A = 2 e^2 \sqrt{3} - \frac{2}{3} e^2 \sqrt{3} - \frac{1}{2} e^2 \sqrt{3} \quad \text{Gemeinsamen Faktor ausklammern}$$

$$A = \left( 2 - \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) e^2 \sqrt{3}$$

$$A = \left( 2 - \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) e^2 \sqrt{3} \quad \text{Brüche durch Erweitern gleichnamig machen}$$

$$A = \left( \frac{2 \cdot 6}{1 \cdot 6} - \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} \right) e^2 \sqrt{3}$$

$$A = \left( \frac{12}{6} - \frac{4}{6} - \frac{3}{6} \right) e^2 \sqrt{3} \quad \text{Brüche subtrahieren}$$

$$A = \left( \frac{12 - 4 - 3}{6} \right) e^2 \sqrt{3}$$

$$\underline{\underline{A = \frac{5}{6} e^2 \sqrt{3}}}$$

