

Wahlaufgaben

Aufgabe 2013 W3a:

Das Schaubild zeigt einen Ausschnitt einer verschobenen Normalparabel p_1 . Der Punkt R liegt auf p_1 .

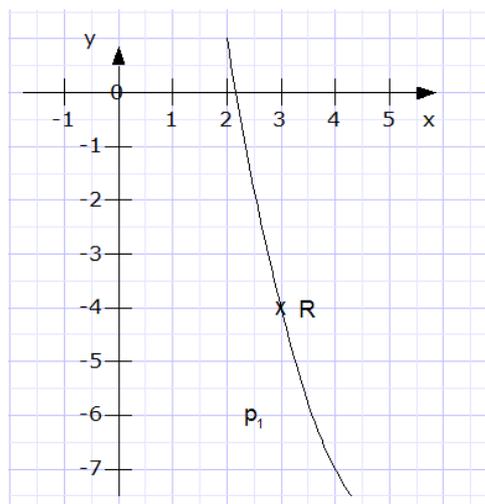
Die unvollständig ausgefüllte Wertetabelle gehört zur Normalparabel p_1 .

x	3	4	5	6	7	8	9
y					-4		

Geben Sie die Funktionsgleichung der Parabel an und füllen Sie die Wertetabelle vollständig aus.

Die Parabel p_2 hat die Gleichung $y = -x^2 - 4$. Weisen Sie rechnerisch nach, dass die beiden Parabeln keinen gemeinsamen Punkt haben.

Geben Sie die Gleichung einer Geraden an, die keinen gemeinsamen Punkt mit den beiden Parabeln hat.



5 P

Lösung 2013 W3a:

1. Ablesen der Koordinaten aus dem Schaubild:

$$R(3|-4)$$

$$Q(7|-4)$$

2.a Bestimmung der Parabelgleichung p_1 durch Argumentation:

Die Symmetrieachse der Parabel ist eine Parallele zur y-Achse. Q hat zu dieser Symmetrieachse den Abstand 2. Also hat R auch den Abstand 2 von der Symmetrieachse. Bei 2 Schritten in x-Richtung muss man 4 Schritte in y-Richtung gehen. Somit ergibt sich für den Scheitelpunkt $S(5|-8)$.

$$y = (x - b)^2 + d; S(b|d) \quad \text{Scheitelform}$$

$$y = (x - 5)^2 + (-8); S(5|-8) \quad \text{Scheitelkoordinaten einsetzen}$$

$$y = (x - 5)^2 - 8$$

$$y = (x - 5)^2 - 8 \quad \text{2. binomische Formel}$$

$$y = x^2 - 10x + 25 - 8$$

$$y = x^2 - 10x + 17 \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$p_1: y = x^2 - 10x + 17$$

2.b Bestimmung der Parabelgleichung p_1 durch Berechnung:

$$p_1: y = x^2 + px + q \quad \text{Allgemeine Parabelgleichung}$$

$$R(3|-4)$$

$$Q(7|-4)$$

Punktkoordinaten einsetzen

$$\text{I: } -4 = 3^2 + p \cdot 3 + q$$

$$\text{II: } -4 = 7^2 + p \cdot 7 + q$$

$$\text{I': } -4 = 9 + 3p + q$$

$$\text{II': } -4 = 49 + 7p + q$$

Seiten tauschen

$$\text{I'': } 9 + 3p + q = -4$$

$$-9 - 3p$$

$$\text{II'': } 49 + 7p + q = -4$$

$$-49 - 7p$$

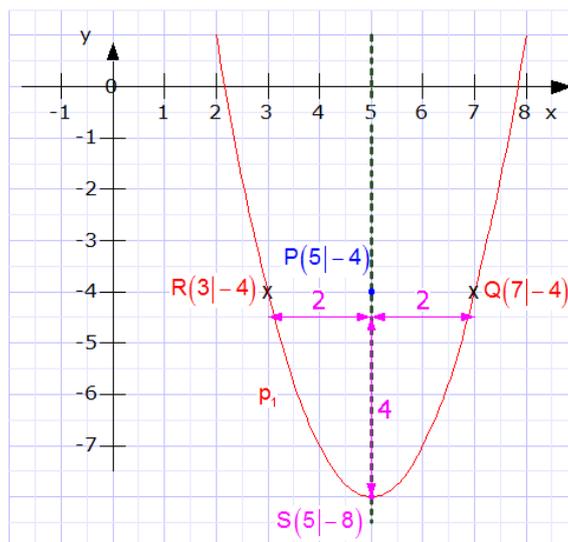
$$\text{I''': } q = -13 - 3p$$

$$\text{II''': } q = -53 - 7p$$

Gleichsetzungsverfahren

$$\text{I'' = II''': } -13 - 3p = -53 - 7p \quad | +7p$$

$$-13 + 4p = -53 \quad | +13$$



Lösung 2013 W3a:

$$4p = -40 \quad | :4$$

$$p = -10$$

$$I'' : q = -13 - 3 \cdot (-10) \quad p = -10 \text{ in } I'' \text{ einsetzen}$$

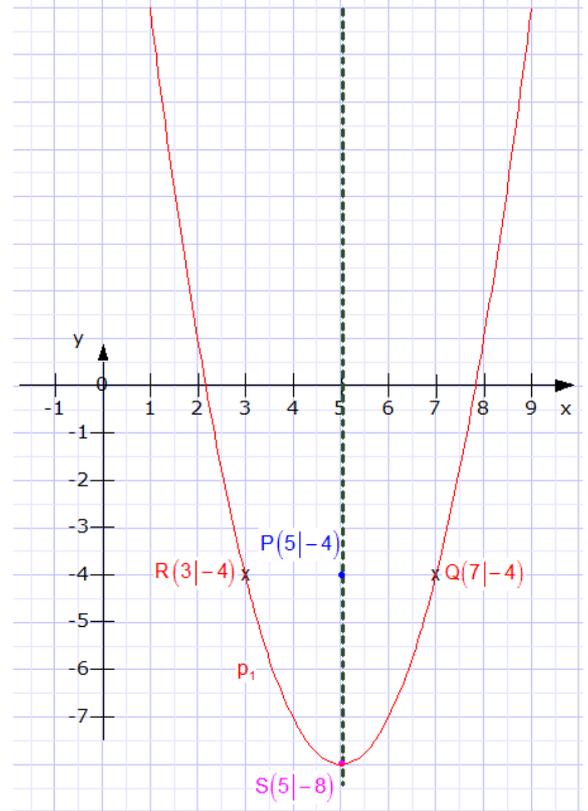
$$q = -13 + 30$$

$$q = 17$$

$$p_1 : y = x^2 - 10x + 17$$

3. Vollständige Wertetabelle:

x	3	4	5	6	7	8	9
y	-4	-7	-8	-7	-4	1	8



4. Rechnerischer Nachweis, dass p₁ und p₂ keinen gemeinsamen Punkt haben:

$$I : y = x^2 - 10x + 17$$

$$II : y = -x^2 - 4$$

Gleichsetzungsverfahren

$$I = II : x^2 - 10x + 17 = -x^2 - 4 \quad | +x^2 + 4$$

$$2x^2 - 10x + 21 = 0 \quad | :2$$

$$x^2 - 5x + 10,5 = 0$$

Normalform einer quadratischen Gleichung

$$x^2 - 5x + 10,5 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

p und q bestimmen

$$p = -5$$

$$q = 10,5$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

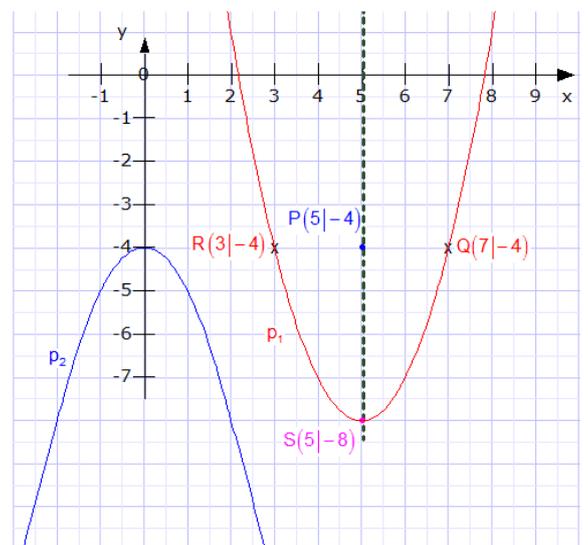
$$x_{1,2} = -\frac{(-5)}{2} \pm \sqrt{\frac{(-5)^2}{4} - 10,5}$$

$$x_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 10,5}$$

$$x_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{6,25 - 10,5}$$

$$x_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{-4,25}$$

$$D = -4,25 \Rightarrow D < 0 \Rightarrow \text{unlösbar} \Rightarrow \text{keine gemeinsamen Schnittpunkte}$$



Lösung 2013 W3a:

5. Gleichung einer Geraden, die keinen gemeinsamen Punkt mit p_1 und p_2 hat:

$g: y = -2x - 1$

