

Wahlaufgaben

Aufgabe 2011 W4b:

Die nach oben geöffnete Normalparabel p_1 hat den Scheitelpunkt $S_1(-3|-2)$. **5 P**

Die Parabel p_2 mit dem Scheitelpunkt S_2 hat die Gleichung $y = x^2 - 4x + 7$.

Der Schnittpunkt der beiden Parabeln heißt R.

Günter behauptet: "Einer der drei Winkel des Dreiecks S_1S_2R ist stumpfwinklig."

Hat er Recht? Begründen Sie.

Lösung 2011 W4b:

1. Bestimmung der Funktionsgleichung der Parabel p_1 :

$$y = (x - b)^2 + d; S(b|d) \quad \text{Scheitelgleichung}$$

$$y = (x - (-3))^2 + (-2); S(-3|-2) \quad \text{Scheitelkoordinaten einsetzen}$$

$$y = (x + 3)^2 - 2$$

$$y = (x + 3)^2 - 2 \quad \text{1. binomische Formel}$$

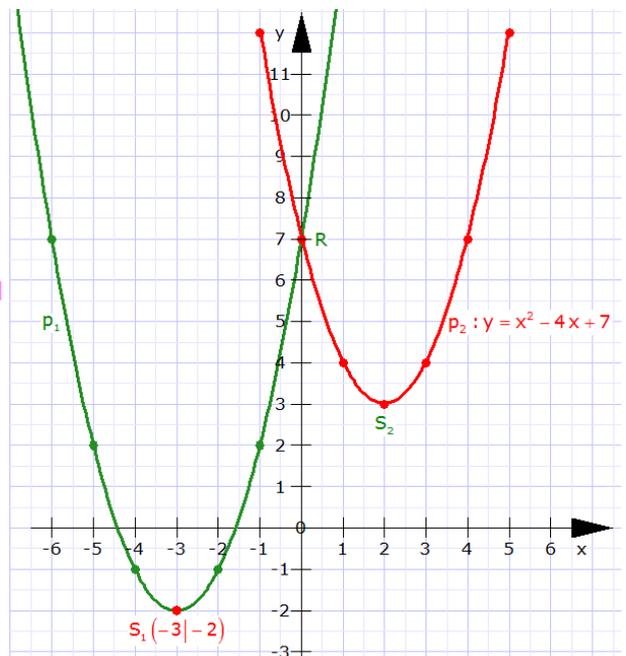
$$y = x^2 + 6x + 9 - 2$$

$$y = x^2 + 6x + 9 - 2$$

$$y = x^2 + 6x + 9 - 2 \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$y = x^2 + 6x + 7$$

$$\underline{p_1: y = x^2 + 6x + 7}$$



2. Bestimmung des Scheitelpunktes S_2 von p_2 :

$$p_2: y = x^2 - 4x + 7 \quad \text{quadratische Ergänzung}$$

$$y = x^2 - 4x + 4 - 4 + 7$$

$$y = (x^2 - 4x + 4) - 4 + 7$$

$$y = (x^2 - 4x + 4) - 4 + 7$$

$$y = (x^2 - 4x + 4) - 4 + 7 \quad \text{2. binomische Formel}$$

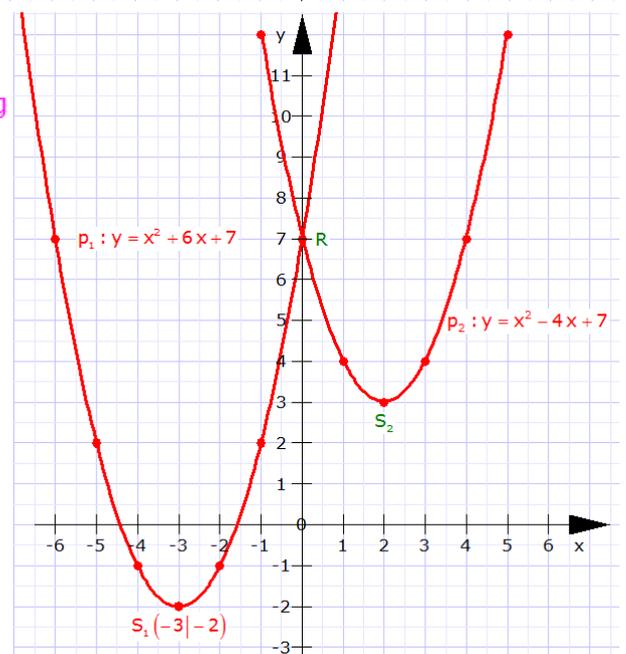
$$y = (x - 2)^2 - 4 + 7$$

$$y = (x - 2)^2 - 4 + 7$$

$$y = (x - 2)^2 - 4 + 7 \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$y = (x - 2)^2 + 3$$

$$y = (x - 2)^2 + 3$$



Lösung 2011 W4b:

$$y = (x - b)^2 + d ; S(b|d) \text{ Scheitelform}$$

$$y = (x - 2)^2 + 3 ; S(2|3)$$

$$S_2(2|3)$$

3. Bestimmung des Schnittpunktes R von p_1 und p_2 :

$$\begin{array}{l} \text{I: } y = x^2 + 6x + 7 \\ \text{II: } y = x^2 - 4x + 7 \end{array}$$

Gleichsetzverfahren

$$\begin{array}{l} \text{I} = \text{II: } x^2 + 6x + 7 = x^2 - 4x + 7 \quad | -x^2 \\ 6x + 7 = -4x + 7 \quad | +4x \\ 10x + 7 = 7 \quad | -7 \\ 10x = 0 \quad | :10 \end{array}$$

$$x = 0$$

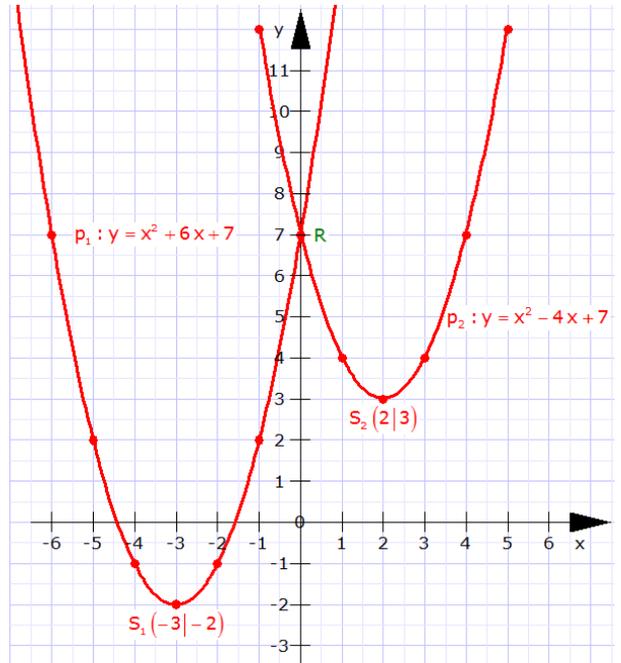
$$\text{I: } y = 0^2 + 6 \cdot 0 + 7$$

$x = 0$ in I einsetzen

$$y = 0 + 0 + 7$$

$$y = 7$$

$$R(0|7)$$

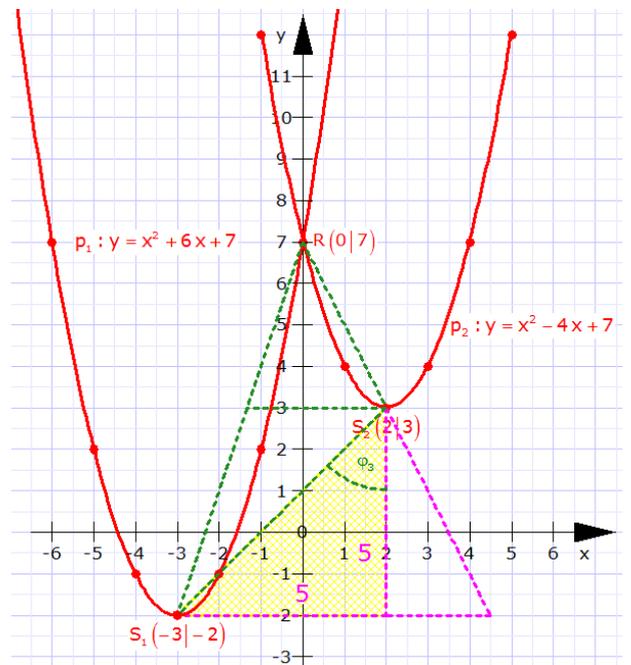


4. Berechnung des Winkels φ_3 :

$$\tan \varphi_3 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{5}{5} \text{ Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$\tan \varphi_3 = 1$$

$$\varphi_3 = 45^\circ$$



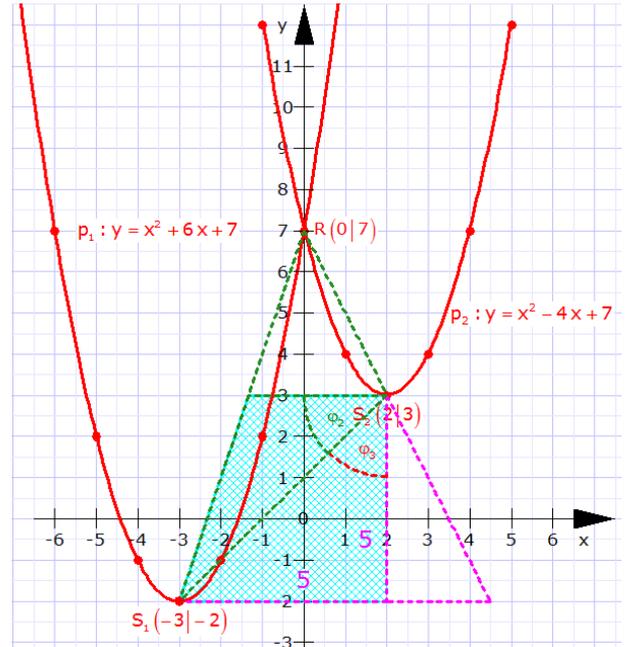
Lösung 2011 W4b:

5. Berechnung des Winkels φ_2 :

$\varphi_3 + \varphi_2 = 90^\circ$ Winkelsumme im blauen Trapez

$45^\circ + \varphi_2 = 90^\circ \quad | - 45^\circ$

$\varphi_2 = 45^\circ$

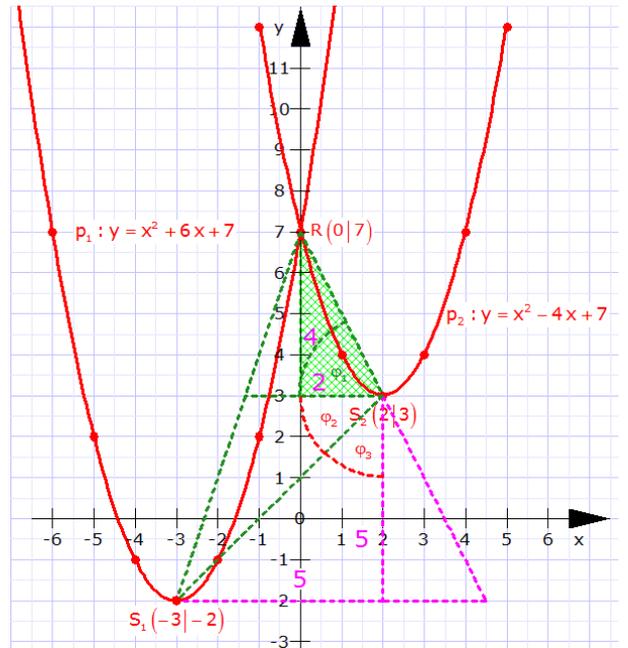


6. Berechnung des Winkels φ_1 :

$\tan \varphi_1 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{4}{2}$ Tangensfunktion im rechtwinkligen grünen Dreieck

$\tan \varphi_1 = 2$

$\varphi_1 = 63,4^\circ$



7. Berechnung des Winkels φ :

$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ siehe orangefarbenes Dreieck

$\varphi = 63,4^\circ + 45^\circ$

$\varphi = 108,4^\circ$

Antwort: Da $\varphi > 90^\circ$, hat Günter Recht mit seiner Behauptung.

