

Wahlaufgaben

Aufgabe 2011 W1b:

Die Figur besteht aus einem Viereck ABCD und einem regelmäßigen Achteck.

Außer dem Punkt E liegen alle Eckpunkte des regelmäßigen Achtecks auf den Seiten des Vierecks ABCD.

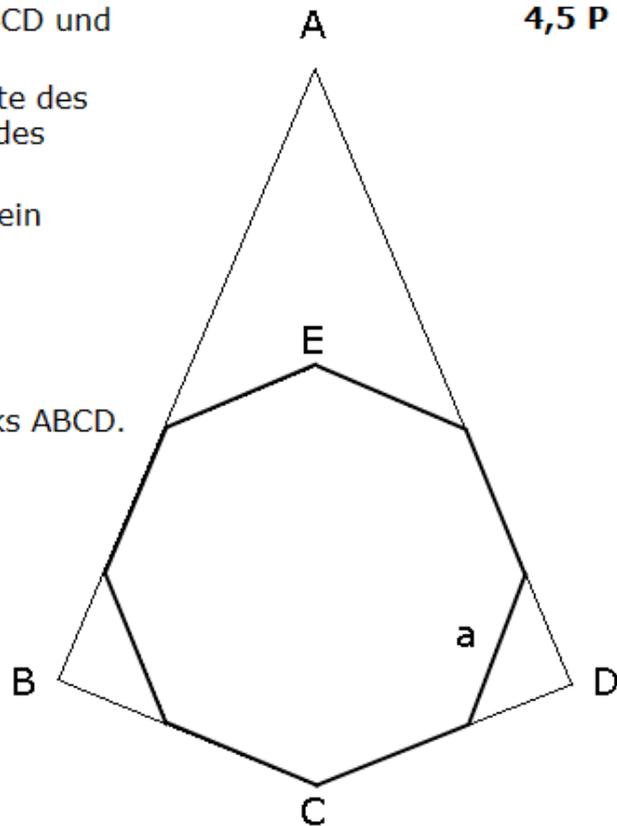
Weisen Sie nach, dass der Winkel ADC ein rechter Winkel ist.

Es gilt:

$$a = 6,2 \text{ cm}$$

Berechnen Sie den Umfang des Vierecks ABCD.

4,5 P



Strategie 2011 W1b:

Gegeben:

Viereck ABCD und
regelmäßiges Achteck

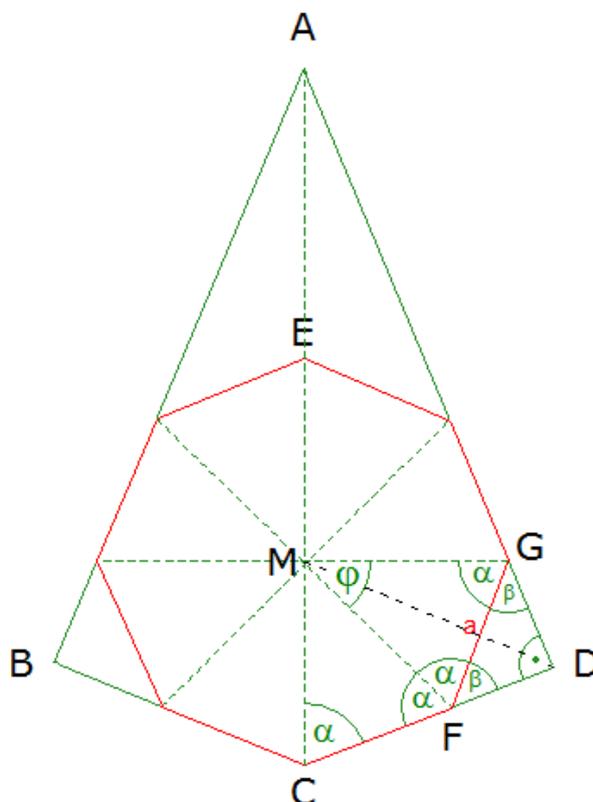
$$a = 6,2 \text{ cm}$$

Gesucht:

$$\angle ADC = 90^\circ$$

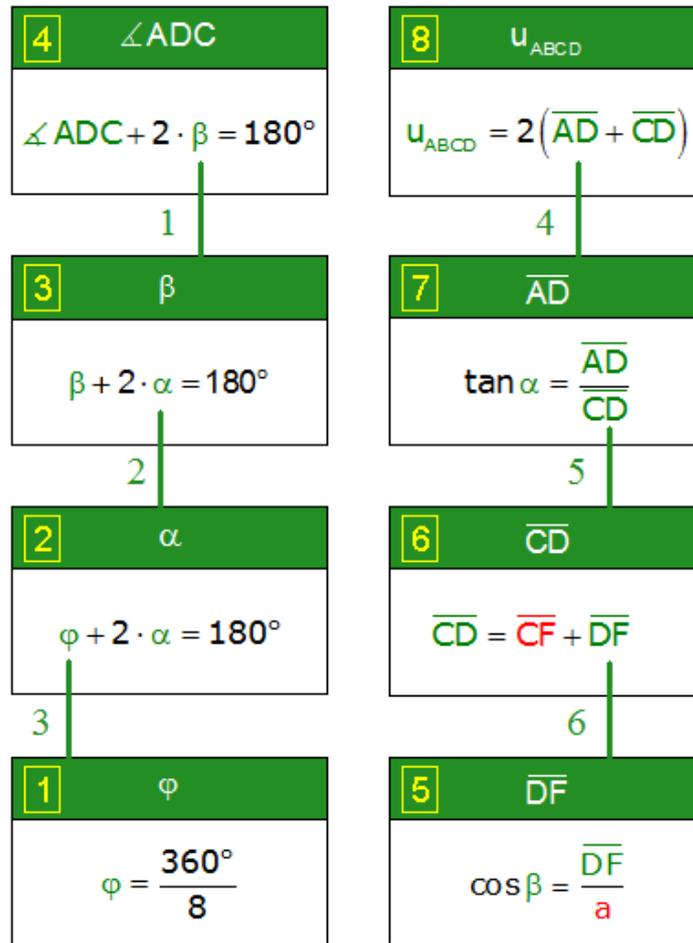
$$u_{ABCD}$$

Skizze:



Strategie 2011 W1b:

Struktogramm:

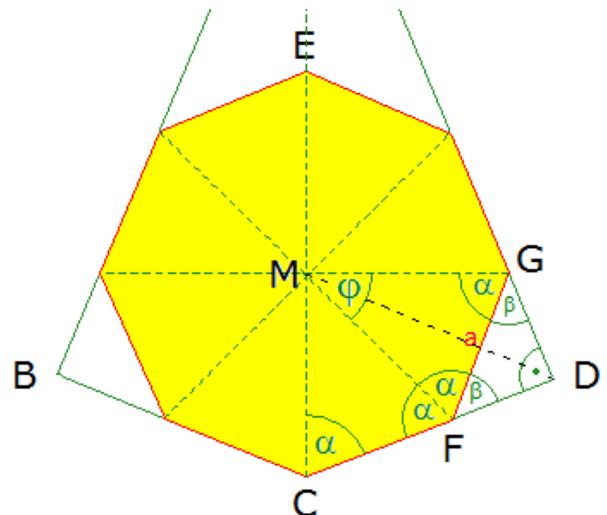


Lösung 2011 W1b:

1. Berechnung des Mittelpunktswinkels φ :

$$\varphi = \frac{360^\circ}{8}$$

$$\varphi = 45^\circ$$



Lösung 2011 W1b:

2. Berechnung des Winkels α :

$$\varphi + 2 \cdot \alpha = 180^\circ$$

Winkelsumme im
hellblauen
Teildreieck FGM

$$45^\circ + 2 \cdot \alpha = 180^\circ \quad | - 45^\circ$$

$$2 \cdot \alpha = 135^\circ \quad | : 2$$

$$\underline{\underline{\alpha = 67,5^\circ}}$$

3. Berechnung des Winkels β :

$$\beta + 2 \cdot \alpha = 180^\circ$$

hellgraue Nebenwinkel
im Punkt F

$$\beta + 2 \cdot 67,5^\circ = 180^\circ$$

$$\beta + 135^\circ = 180^\circ \quad | - 135^\circ$$

$$\underline{\underline{\beta = 45^\circ}}$$

4. Berechnung des Winkels $\sphericalangle ADC$:

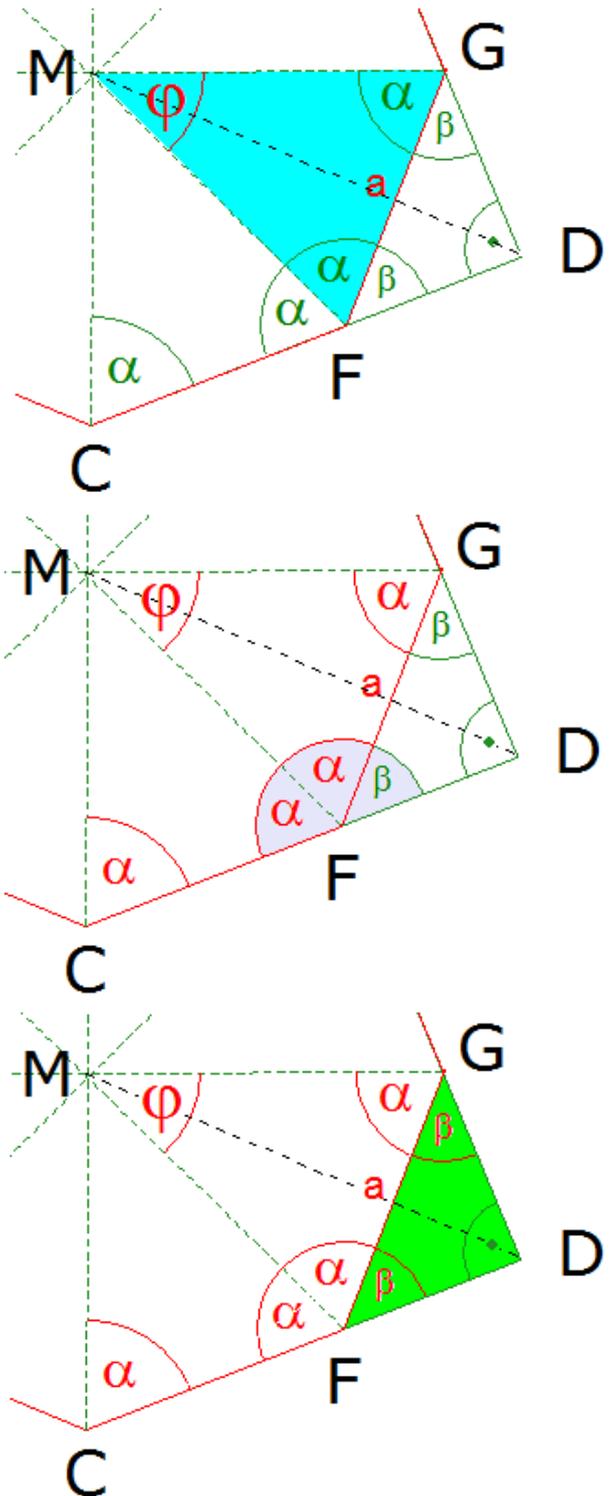
$$\sphericalangle ADC + 2 \cdot \beta = 180^\circ$$

Winkelsumme im grünen
Teildreieck DGF

$$\sphericalangle ADC + 2 \cdot 45^\circ = 180^\circ$$

$$\sphericalangle ADC + 90^\circ = 180^\circ \quad | - 90^\circ$$

$$\underline{\underline{\sphericalangle ADC = 90^\circ}}$$



Lösung 2011 W1b:

5. Berechnung der Strecke \overline{DF} :

$$\cos \beta = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{DF}}{a}$$

Kosinusfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck DGF

$$\cos 45^\circ = \frac{\overline{DF}}{6,2}$$

$$0,7071 = \frac{\overline{DF}}{6,2}$$

Seiten tauschen

$$\frac{\overline{DF}}{6,2} = 0,7071 \quad | \cdot 6,2$$

$$\underline{\overline{DF} = 4,38 \text{ cm}}$$

6. Berechnung der Strecke \overline{CD} :

$$\overline{CD} = \overline{CF} + \overline{DF}$$

$$\overline{CD} = 6,2 + 4,38$$

$$\underline{\overline{CD} = 10,58 \text{ cm}}$$

7. Berechnung der Strecke \overline{AD} :

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{CD}}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen orangefarbenen Teildreieck ACD

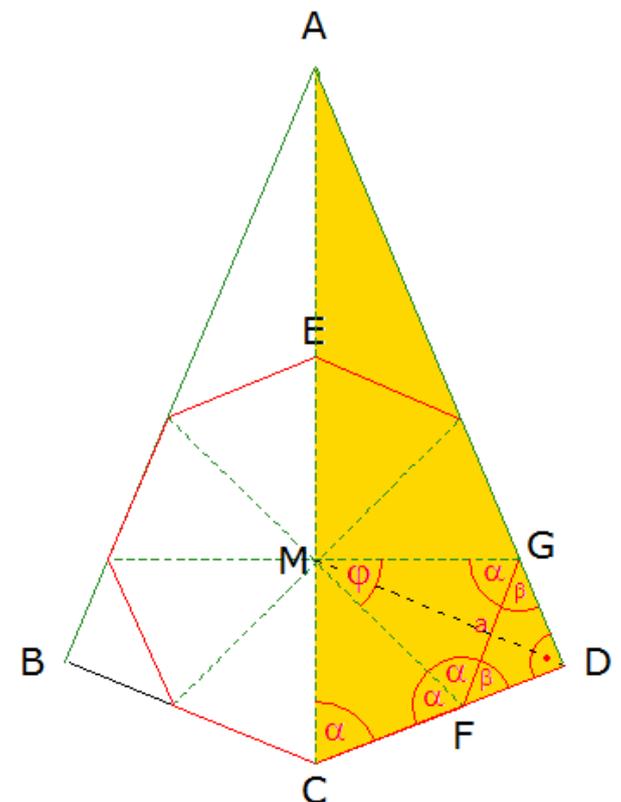
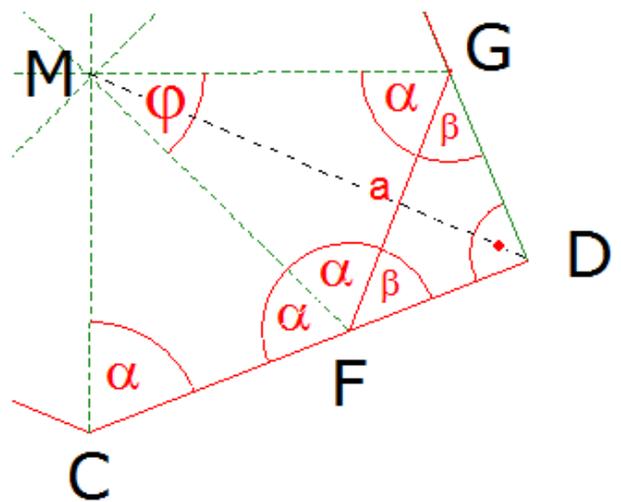
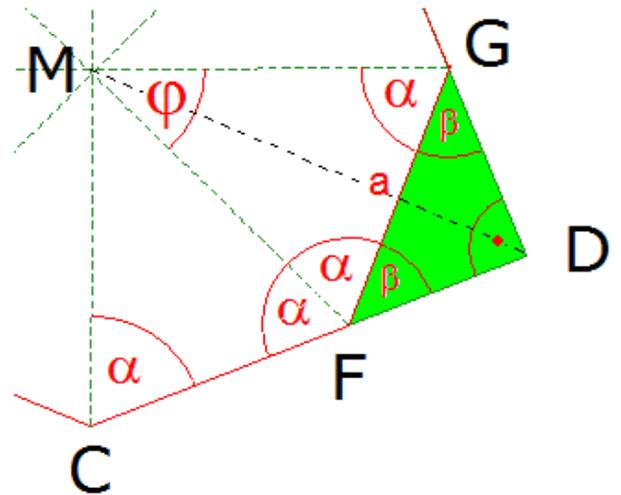
$$\tan 67,5^\circ = \frac{\overline{AD}}{10,58}$$

$$2,4142 = \frac{\overline{AD}}{10,58}$$

Seiten tauschen

$$\frac{\overline{AD}}{10,58} = 2,4142 \quad | \cdot 10,58$$

$$\underline{\overline{AD} = 25,54 \text{ cm}}$$



Lösung 2011 W1b:

8. Berechnung des Umfangs u_{ABCD} :

$$u_{ABCD} = 2 \cdot (\overline{AD} + \overline{CD})$$

$$u_{ABCD} = 2 \cdot (25,54 + 10,58)$$

$$u_{ABCD} = 2 \cdot 36,12$$

$$\underline{\underline{u_{ABCD} = 72,24 \text{ cm}}}$$