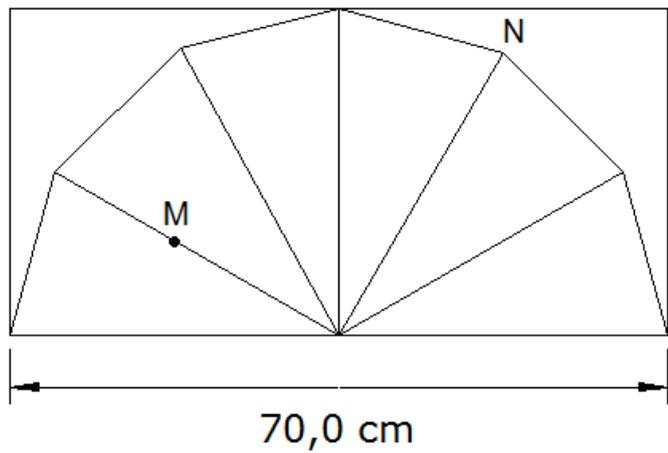


Wahlaufgaben

Aufgabe 2010 W2b:

Aus einem rechteckigen Stück Papier wird der Mantel einer sechsseitigen Pyramide gefertigt. Der Punkt M ist Mittelpunkt der Seitenkante.

Bestimmen Sie die Länge der Strecke \overline{MN} in der Pyramide.



4 P

Strategie 2010 W2b:

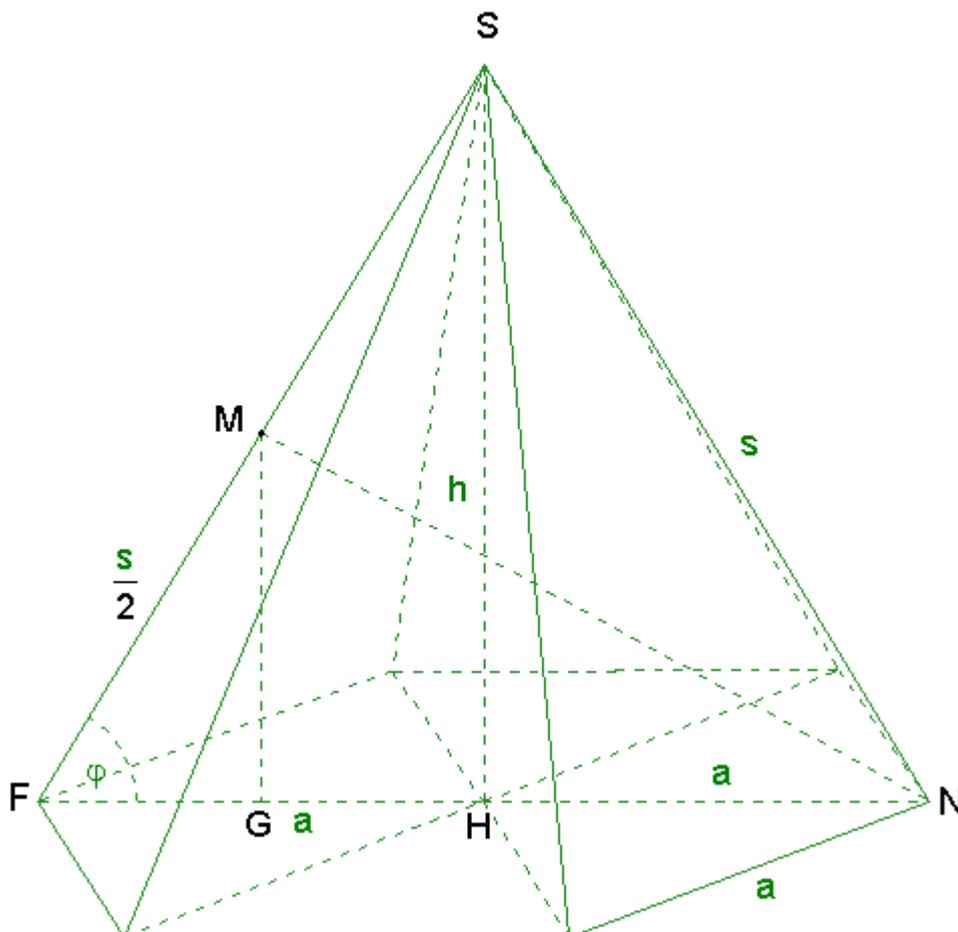
Gegeben:

Länge Rechteck 70 cm
Sechseckige Pyramide
M ist Mittelpunkt der
Seitenkante

Gesucht:

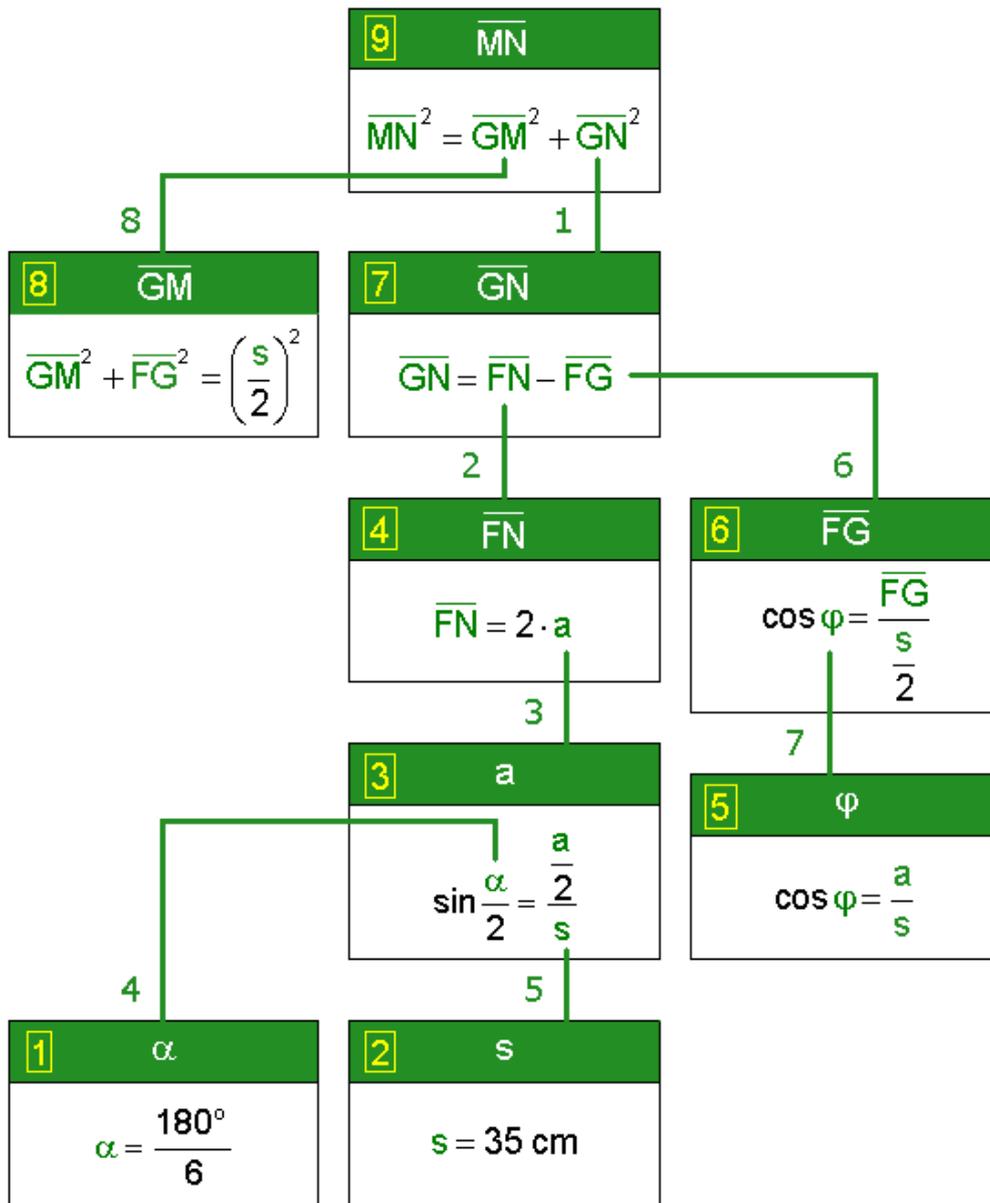
\overline{MN}

Skizze:



Strategie 2010 W2b:

Struktogramm:

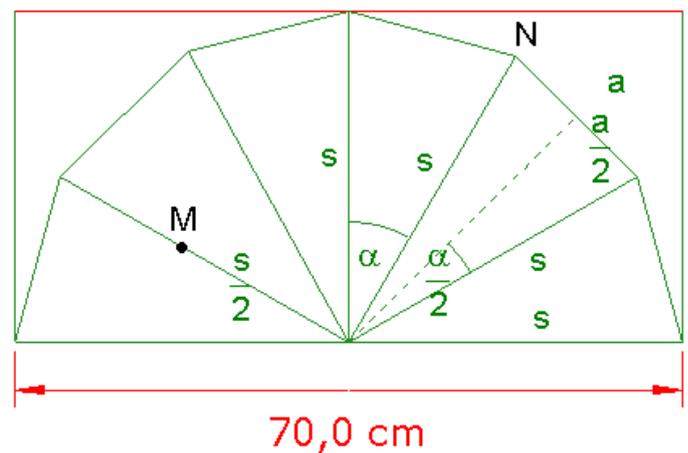


Lösung 2010 W2b:

1. Berechnung des Winkels α :

$$\alpha = \frac{180^\circ}{6}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

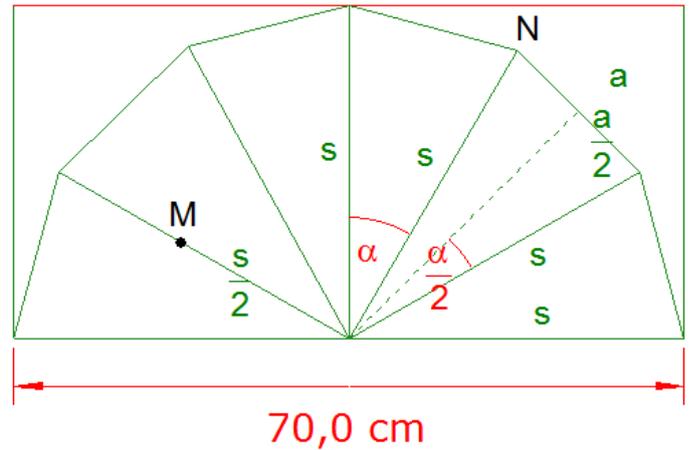


Lösung 2010 W2b:

2. Berechnung der Seitenkante s:

$$s = \frac{70}{2}$$

$$\underline{s = 35 \text{ cm}}$$



3. Berechnung der Grundkante a:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{a}{2}}{s}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Dreieck

$$\sin \frac{30^\circ}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{35}$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{35}$$

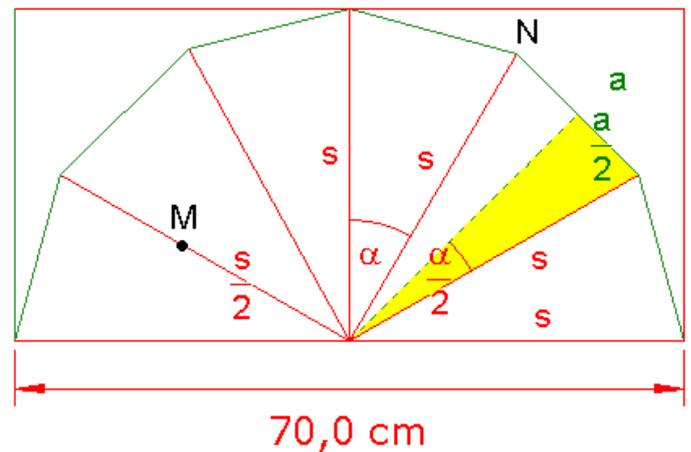
$$0,2588 = \frac{\frac{a}{2}}{35}$$

$$\frac{\frac{a}{2}}{35} = 0,2588 \quad | \cdot 35$$

$$\frac{a}{2} = 9,06 \quad | \cdot 2$$

$$\underline{a = 18,12 \text{ cm}}$$

Seiten tauschen

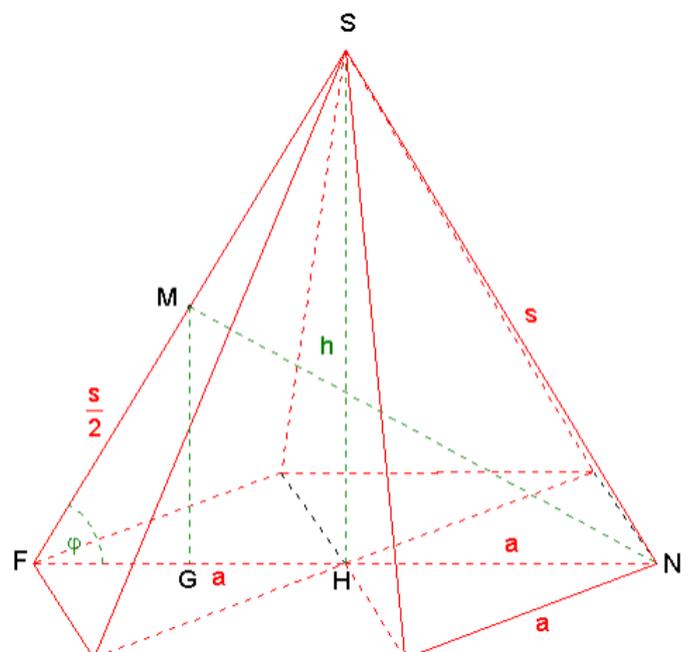


4. Berechnung der Strecke FN:

$$\overline{FN} = 2 \cdot a$$

$$\overline{FN} = 2 \cdot 18,12$$

$$\underline{\overline{FN} = 36,24 \text{ cm}}$$



Lösung 2010 W2b:

5. Berechnung des Winkels φ :

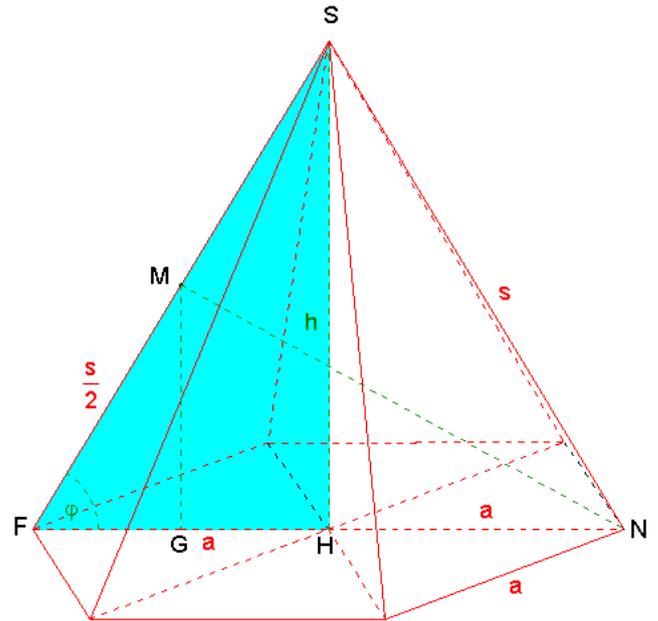
$$\cos \varphi = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{s}$$

Kosinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck FHS

$$\cos \varphi = \frac{18,12}{35}$$

$$\cos \varphi = 0,5177$$

$$\varphi = \underline{58,8^\circ}$$



6. Berechnung der Strecke \overline{FG} :

$$\cos \varphi = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{FG}}{\frac{s}{2}}$$

Kosinusfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck FGM

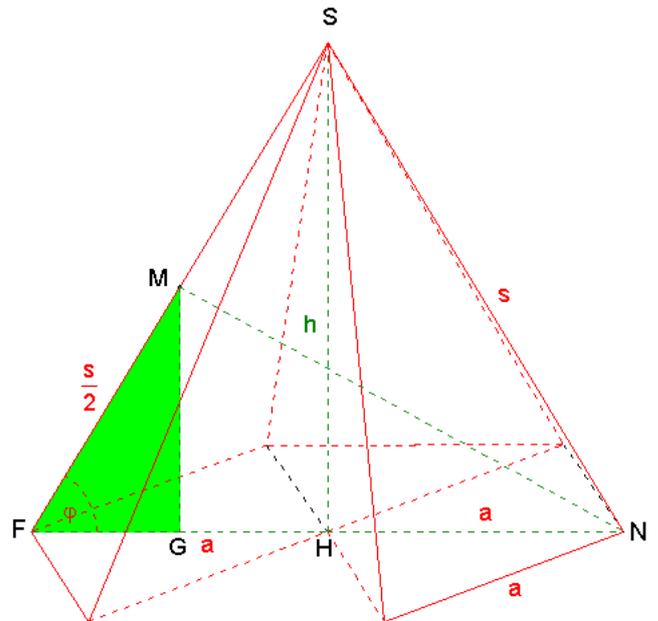
$$\cos 58,8^\circ = \frac{\overline{FG}}{\frac{35}{2}}$$

$$0,5180 = \frac{\overline{FG}}{17,5}$$

Seiten tauschen

$$\frac{\overline{FG}}{17,5} = 0,5180 \quad | \cdot 17,5$$

$$\underline{\overline{FG} = 9,07 \text{ cm}}$$

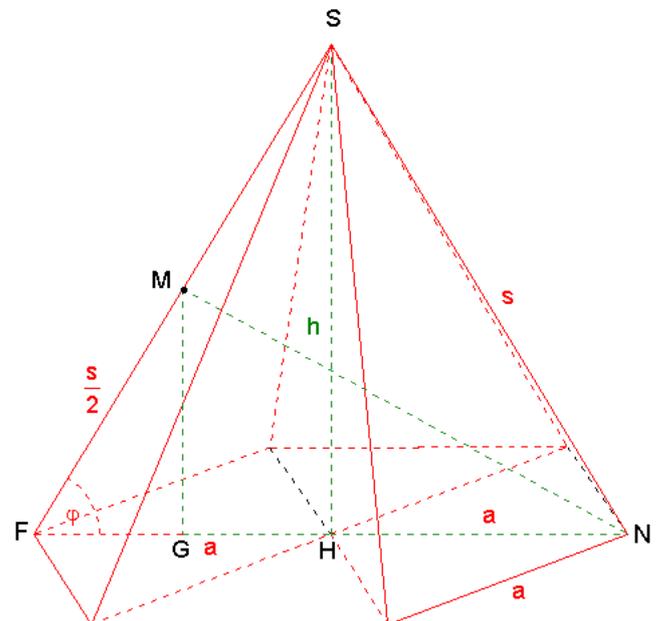


7. Berechnung der Strecke \overline{GN} :

$$\overline{GN} = \overline{FN} - \overline{FG}$$

$$\overline{GN} = 36,24 - 9,07$$

$$\underline{\overline{GN} = 27,17 \text{ cm}}$$



Lösung 2010 W2b:

8. Berechnung der Strecke \overline{GM} :

$$\overline{GM}^2 + \overline{FG}^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
grünen
Teildreieck FGM

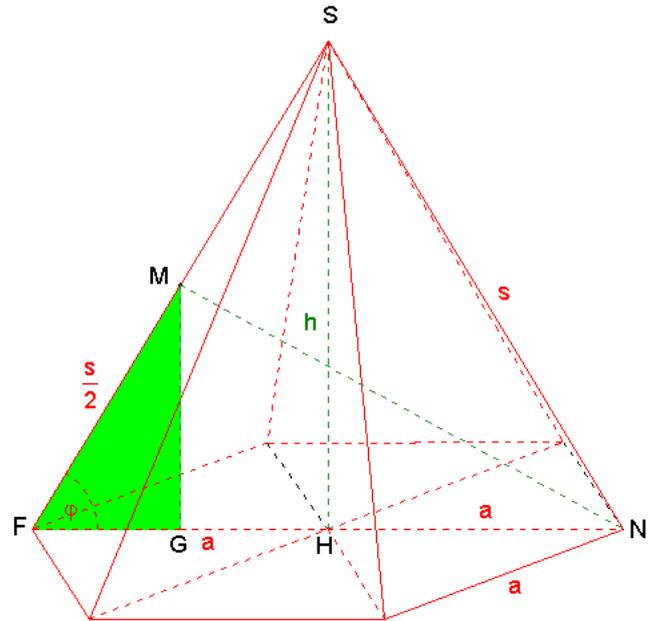
$$\overline{GM}^2 + 9,07^2 = \left(\frac{35}{2}\right)^2$$

$$\overline{GM}^2 + 9,07^2 = 17,5^2$$

$$\overline{GM}^2 + 82,2649 = 306,25 \quad | -82,2649$$

$$\overline{GM}^2 = 223,9851 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{\underline{\overline{GM} = 14,97 \text{ cm}}}$$



9. Berechnung der Strecke \overline{MN} :

$$\overline{MN}^2 = \overline{GM}^2 + \overline{GN}^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
orangefarbenen
Teildreieck GNM

$$\overline{MN}^2 = 14,97^2 + 27,17^2$$

$$\overline{MN}^2 = 224,1009 + 738,2089$$

$$\overline{MN}^2 = 962,3098 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{\underline{\overline{MN} = 31,02 \text{ cm}}}$$

