

Pflichtaufgaben

Aufgabe 2010 P1:

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Zylinder mit aufgesetztem Kegel.

Aus diesem Körper wird eine Halbkugel herausgearbeitet (siehe Achsenschnitt).

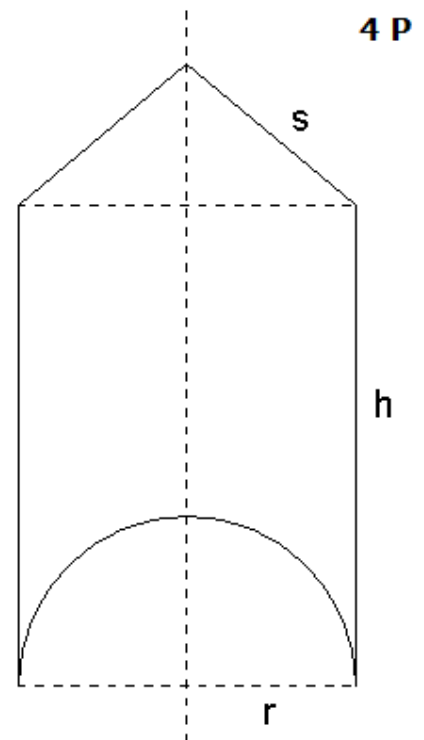
Es gilt:

$r = 3,0 \text{ cm}$ (Radius des Zylinders)

$h = 8,6 \text{ cm}$ (Höhe des Zylinders)

$s = 3,8 \text{ cm}$ (Mantellinie des Kegels)

Berechnen Sie das Volumen des Restkörpers.



Strategie 2010 P1:

Gegeben:

Zylinder mit aufgesetztem Kegel
herausgearbeitete Halbkugel

$r = 3,0 \text{ cm}$

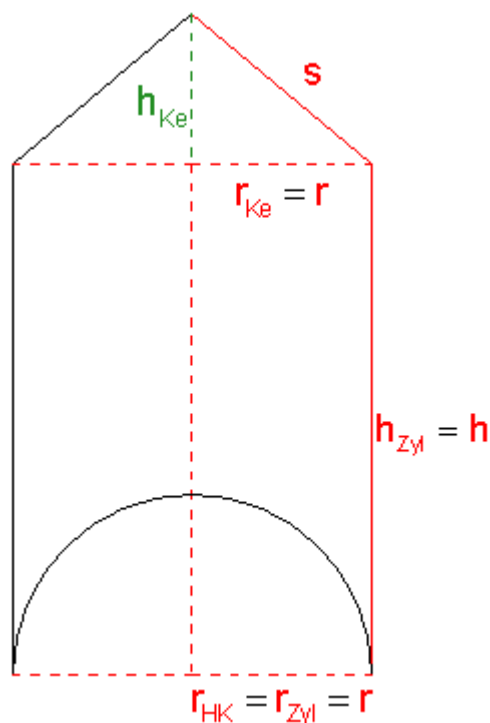
$h = 8,6 \text{ cm}$

$s = 3,8 \text{ cm}$

Gesucht:

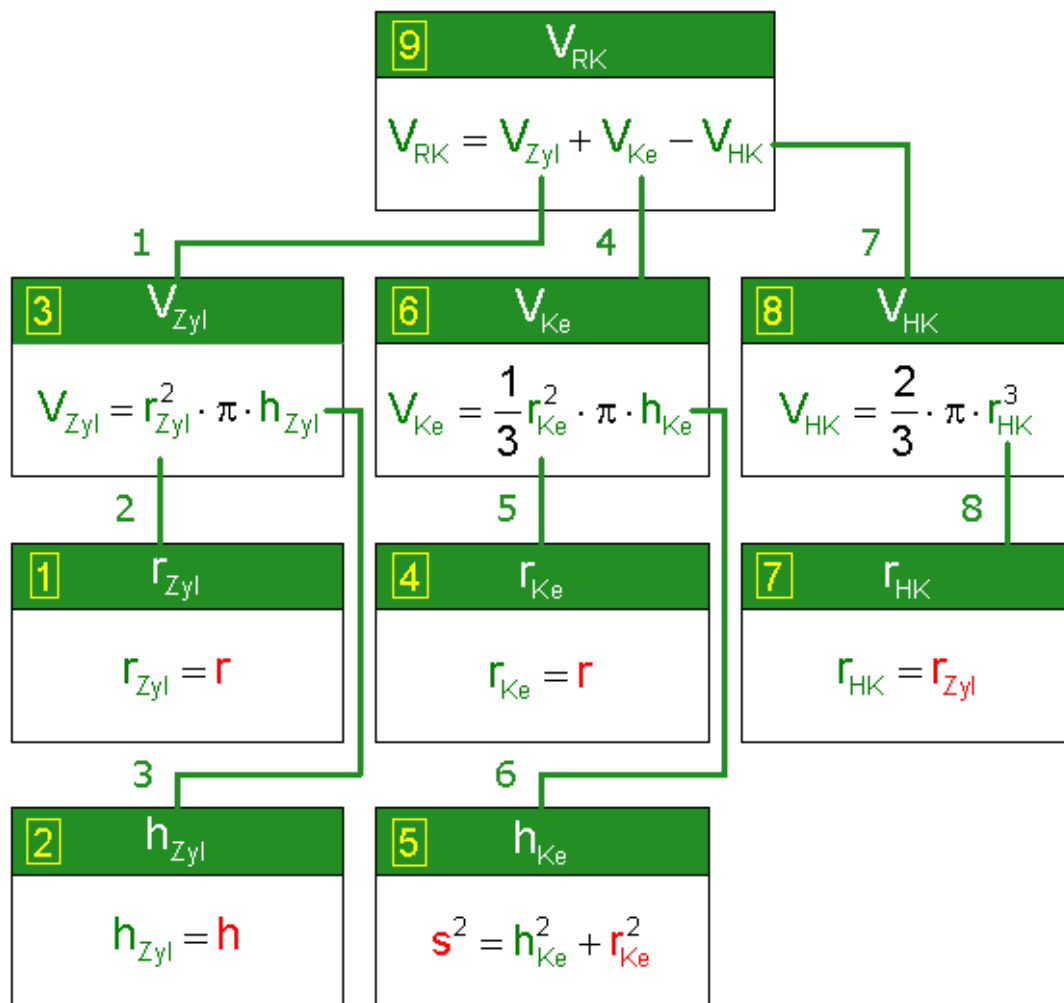
V_{RK}

Skizze:



Strategie 2010 P1:

Struktogramm:

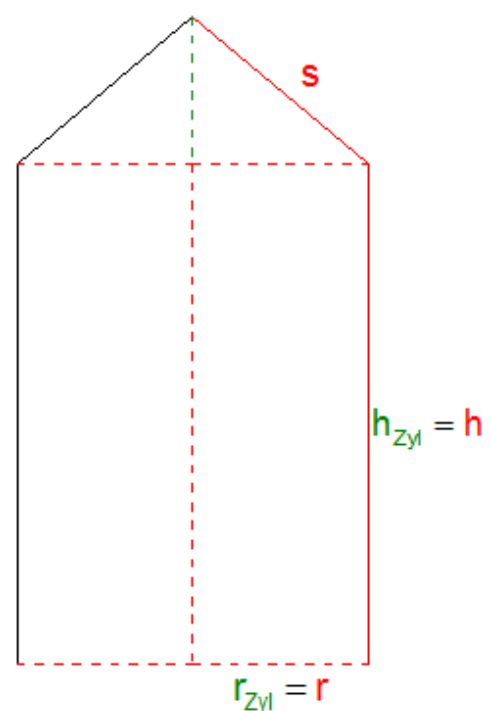


Lösung 2010 P1:

1. Bestimmung des Zylinderradius r_{Zyl} :

$$r_{Zyl} = r$$

$$\underline{r_{Zyl} = 3 \text{ cm}}$$

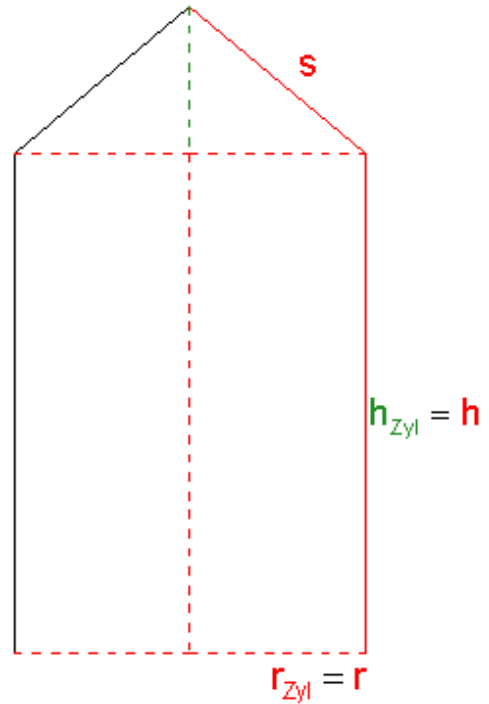


Lösung 2010 P1:

2. Bestimmung der Zylinderhöhe h_{Zyl} :

$$h_{\text{Zyl}} = h$$

$$\underline{h_{\text{Zyl}} = 8,6 \text{ cm}}$$



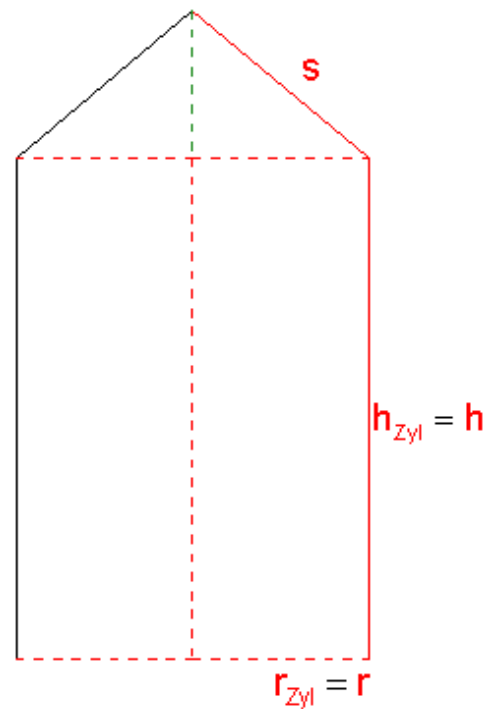
3. Berechnung des Zylindervolumens V_{Zyl} :

$$V_{\text{Zyl}} = r_{\text{Zyl}}^2 \cdot \pi \cdot h_{\text{Zyl}} \quad \text{Formel Zylindervolumen}$$

$$V_{\text{Zyl}} = 3^2 \cdot \pi \cdot 8,6$$

$$V_{\text{Zyl}} = 9 \cdot \pi \cdot 8,6$$

$$\underline{V_{\text{Zyl}} = 243,16 \text{ cm}^3}$$

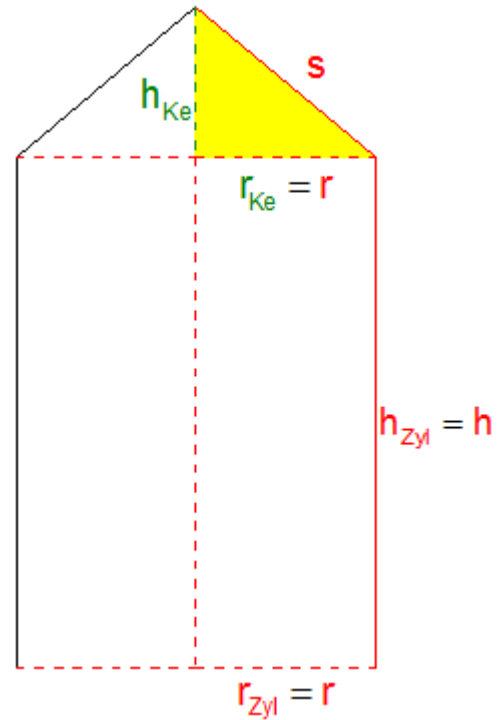


Lösung 2010 P1:

4. Bestimmung des Kegelradius r_{Ke} :

$$r_{\text{Ke}} = r$$

$$\underline{r_{\text{Ke}} = 3 \text{ cm}}$$



5. Berechnung der Kegelhöhe h_{Ke} :

$$s^2 = h_{\text{Ke}}^2 + r_{\text{Ke}}^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen gelben
Teildreieck

$$3,8^2 = h_{\text{Ke}}^2 + 3^2$$

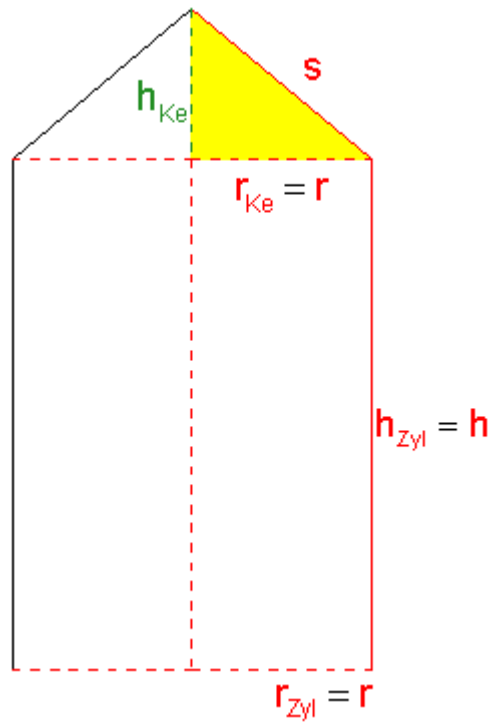
$$14,44 = h_{\text{Ke}}^2 + 9$$

Seiten tauschen

$$h_{\text{Ke}}^2 + 9 = 14,44 \quad | -9$$

$$h_{\text{Ke}}^2 = 5,44 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{h_{\text{Ke}} = 2,33 \text{ cm}}$$



Lösung 2010 P1:

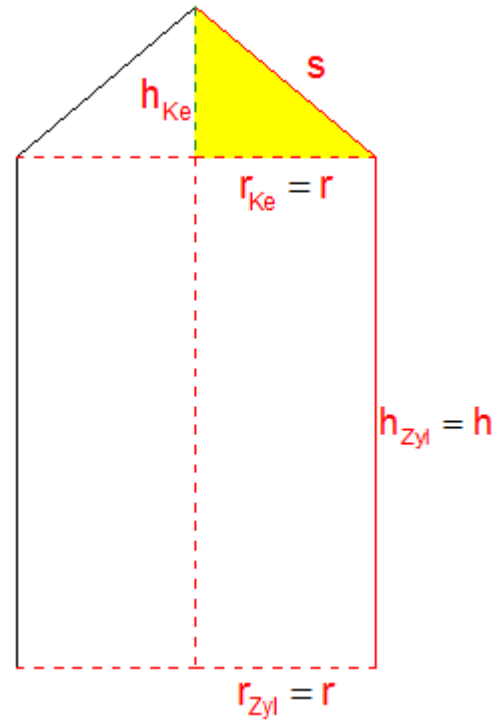
6. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot r_{\text{Ke}}^2 \cdot \pi \cdot h_{\text{Ke}} \quad \text{Formel Kegelvolumen}$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot \pi \cdot 2,33$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot \pi \cdot 2,33$$

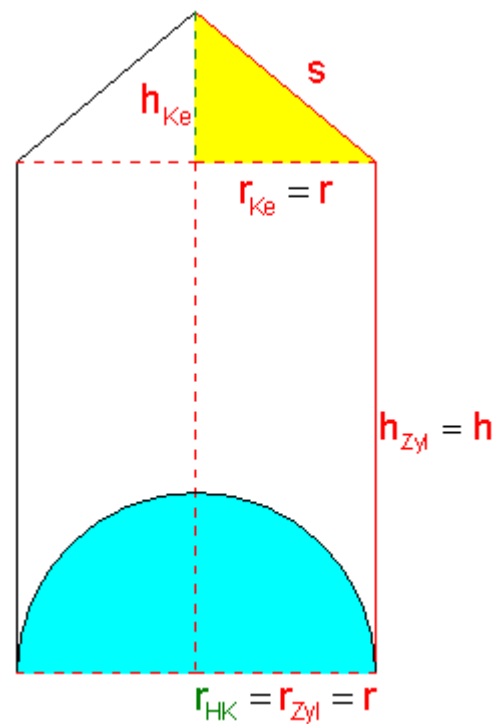
$$\underline{V_{\text{Ke}} = 21,96 \text{ cm}^3}$$



7. Bestimmung des Halbkugelradius r_{HK} :

$$r_{\text{HK}} = r_{\text{Zyl}}$$

$$\underline{r_{\text{HK}} = 3 \text{ cm}}$$



Lösung 2010 P1:

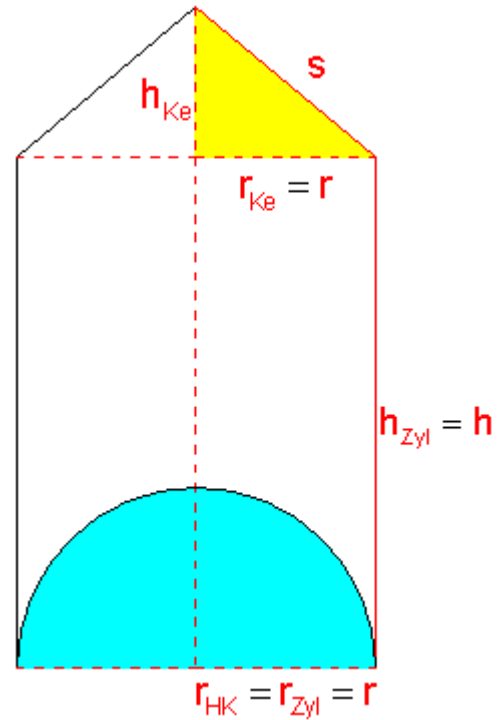
8. Berechnung des Halbkugelvolumens V_{HK} :

$$V_{HK} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_{HK}^3 \quad \text{Formel Halbkugelvolumen}$$

$$V_{HK} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 3^3$$

$$V_{HK} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 27$$

$$\underline{\underline{V_{HK} = 56,55 \text{ cm}^3}}$$



9. Berechnung des Restkörpervolumens V_{RK} :

$$V_{RK} = V_{Zyl} + V_{Ke} - V_{HK}$$

$$V_{RK} = 243,16 + 21,96 - 56,55$$

$$\underline{\underline{V_{RK} = 208,57 \text{ cm}^3}}$$

