

## Wahlaufgaben

### Aufgabe 2009 W1b:

4 P

Gegeben ist das rechtwinklige Dreieck ABC.

Es gilt:

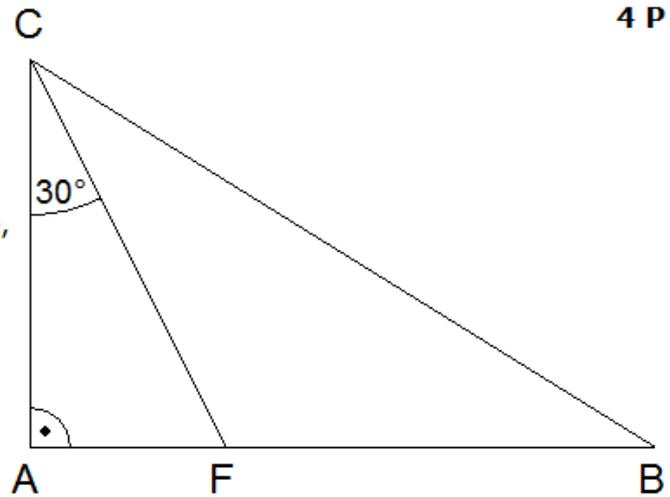
$$\overline{AC} = e\sqrt{6}$$

$$\overline{CF} = \overline{FB}$$

Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, dass der Umfang des Dreiecks ABC mit der Formel

$$u = 3e(\sqrt{2} + \sqrt{6})$$

berechnet werden kann.



### Strategie 2009 W1b:

#### Gegeben:

Rechtwinkliges Dreieck ABC

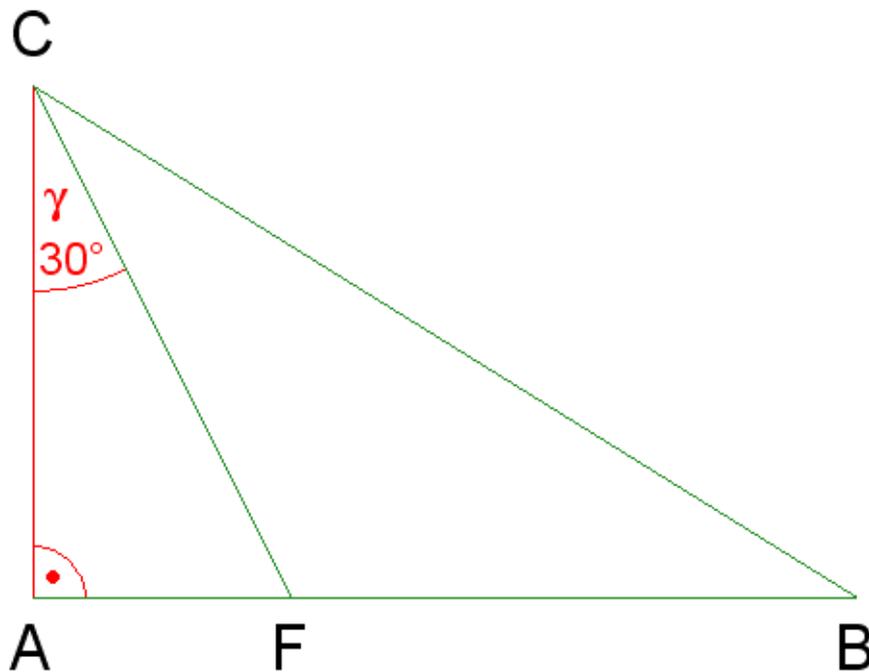
$$\overline{AC} = e\sqrt{6}$$

$$\overline{CF} = \overline{FB}$$

#### Gesucht:

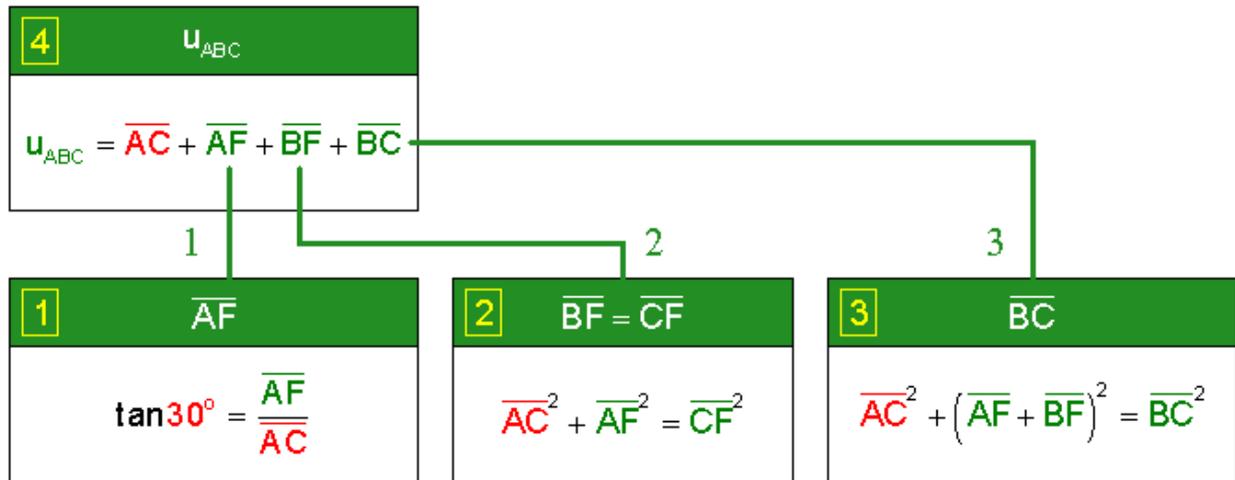
$$u_{ABC} = 3e(\sqrt{2} + \sqrt{6})$$

#### Skizze:



Strategie 2009 W1b:

**Struktogramm:**



**Lösung 2009 W1b:**

**1. Berechnung der Strecke AF:**

$\tan 30^\circ = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{AC}}$  Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$\tan 30^\circ = \frac{\overline{AF}}{e\sqrt{6}}$   $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\overline{AF}}{e\sqrt{6}}$  | · e√6

$\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot e\sqrt{6} = \overline{AF}$  Seiten tauschen

$\overline{AF} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot e\sqrt{6}$

$\overline{AF} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{e\sqrt{6}}{1}$  Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner

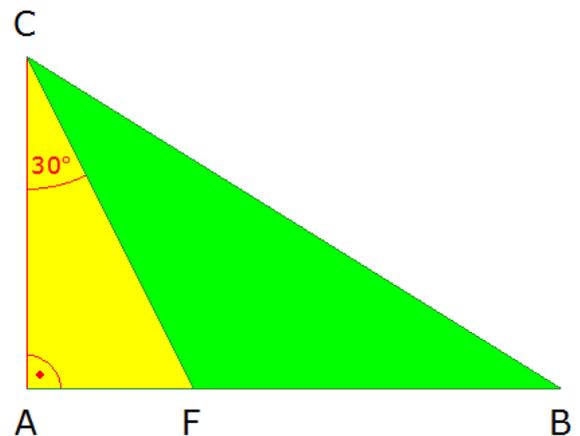
$\overline{AF} = \frac{e\sqrt{3}\sqrt{6}}{3}$   $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

$\overline{AF} = \frac{e\sqrt{3 \cdot 6}}{3}$

$\overline{AF} = \frac{e\sqrt{18}}{3}$

$\overline{AF} = \frac{e\sqrt{2 \cdot 9}}{3}$   $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

$\overline{AF} = \frac{e\sqrt{2}\sqrt{9}}{3}$



$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

**Lösung 2009 W1b:**

$$\overline{AF} = \frac{e\sqrt{2} \cdot 3}{3}$$

Bruch kürzen

$$\overline{AF} = \frac{e\sqrt{2} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3}}$$

$$\overline{AF} = e\sqrt{2}$$

**2. Berechnung der Strecke  $\overline{CF} = \overline{BF}$ :**

$$\overline{AC}^2 + \overline{AF}^2 = \overline{CF}^2$$

Pythagoras im  
rechtwinkligen gelben  
Teildreieck ACF  
Seiten tauschen

$$(e\sqrt{6})^2 + (e\sqrt{2})^2 = \overline{CF}^2$$

$$\overline{CF}^2 = (e\sqrt{6})^2 + (e\sqrt{2})^2 \quad (a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$$

$$\overline{CF}^2 = e^2 \cdot \sqrt{6}^2 + e^2 \cdot \sqrt{2}^2$$

$$\overline{CF}^2 = e^2 \cdot 6 + e^2 \cdot 2$$

$$\overline{CF}^2 = 6e^2 + 2e^2$$

$$\overline{CF}^2 = 8e^2$$

$|\sqrt{\quad}$

$$\overline{CF} = \sqrt{8e^2}$$

$$\overline{CF} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot e^2}$$

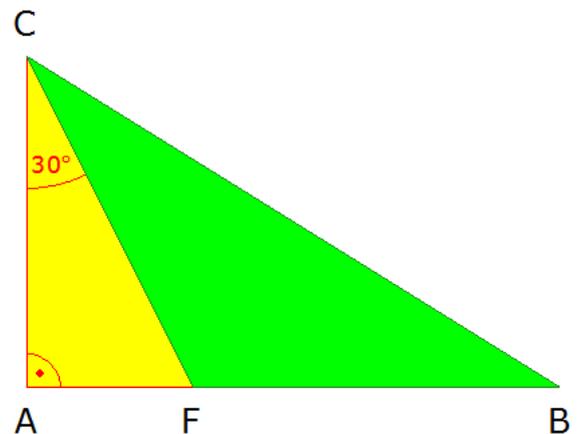
$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\overline{CF} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{e^2}$$

$$\overline{CF} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot e$$

$$\overline{CF} = 2e\sqrt{2}$$

$$\overline{BF} = 2e\sqrt{2}$$



**Lösung 2009 W1b:**

**3. Berechnung der Strecke  $\overline{BC}$ :**

$$\overline{AC}^2 + (\overline{AF} + \overline{BF})^2 = \overline{BC}^2$$

Pythagoras im  
rechtwinkligen  
hellblauen  
Dreieck ABC

$$(e\sqrt{6})^2 + (e\sqrt{2} + 2e\sqrt{2})^2 = \overline{BC}^2$$

$$(e\sqrt{6})^2 + (3e\sqrt{2})^2 = \overline{BC}^2$$

$$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$$

$$e^2 \sqrt{6}^2 + 3^2 e^2 \sqrt{2}^2 = \overline{BC}^2$$

$$e^2 \cdot 6 + 9 \cdot e^2 \cdot 2 = \overline{BC}^2$$

$$6e^2 + 18e^2 = \overline{BC}^2$$

$$24e^2 = \overline{BC}^2$$

Seiten tauschen

$$\overline{BC}^2 = 24e^2$$

$$|\sqrt{\quad}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{24e^2}$$

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{24} \cdot \sqrt{e^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{24} \cdot e$$

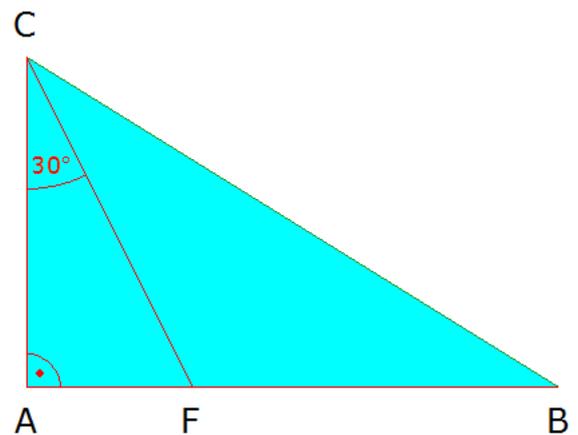
$$\overline{BC} = \sqrt{4 \cdot 6} \cdot e$$

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} \cdot e$$

$$\overline{BC} = 2 \cdot \sqrt{6} \cdot e$$

$$\underline{\underline{\overline{BC} = 2e\sqrt{6}}}$$



**4. Berechnung des Umfangs des Dreiecks ABC :**

$$u_{ABC} = \overline{AC} + \overline{AF} + \overline{BF} + \overline{BC}$$

$$u_{ABC} = e\sqrt{6} + e\sqrt{2} + 2e\sqrt{2} + 2e\sqrt{6}$$

$$u_{ABC} = e\sqrt{6} + e\sqrt{2} + 2e\sqrt{2} + 2e\sqrt{6} \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$u_{ABC} = 3e\sqrt{6} + 3e\sqrt{2}$$

$$u_{ABC} = 3e\sqrt{6} + 3e\sqrt{2}$$

$$u_{ABC} = 3e\sqrt{6} + 3e\sqrt{2}$$

gemeinsame Faktoren  
ausklammern

$$u_{ABC} = 3e(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

$$u_{ABC} = 3e(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

$$u_{ABC} = 3e(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

Plätze tauschen

$$u_{ABC} = 3e(\sqrt{2} + \sqrt{6})$$

$$\underline{\underline{u_{ABC} = 3e(\sqrt{2} + \sqrt{6})}}$$

