

Pflichtaufgaben

Aufgabe 2008 P3:

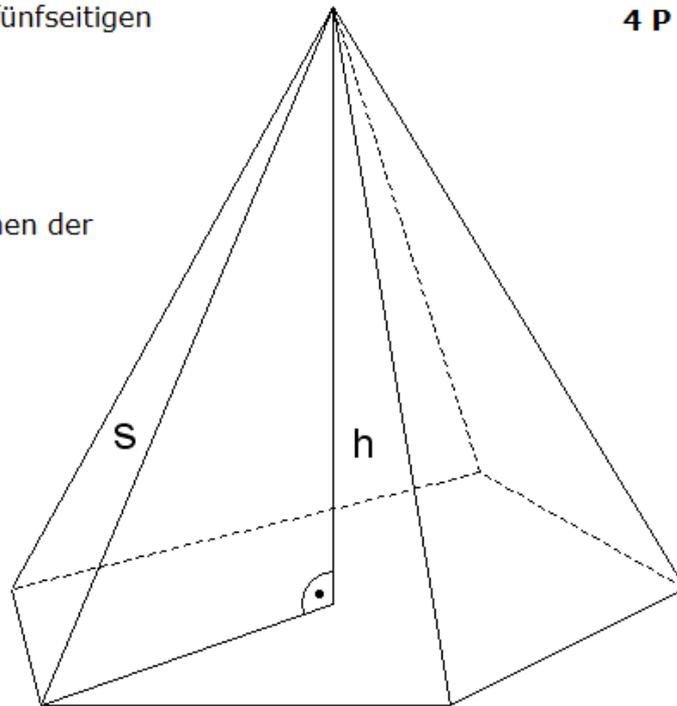
Von einer regelmäßigen fünfseitigen Pyramide sind bekannt:

$$h = 8,4 \text{ cm}$$

$$s = 10,2 \text{ cm}$$

Berechnen Sie das Volumen der Pyramide.

4 P



Strategie 2008 P3:

Gegeben:

Regelmäßige fünfseitige Pyramide

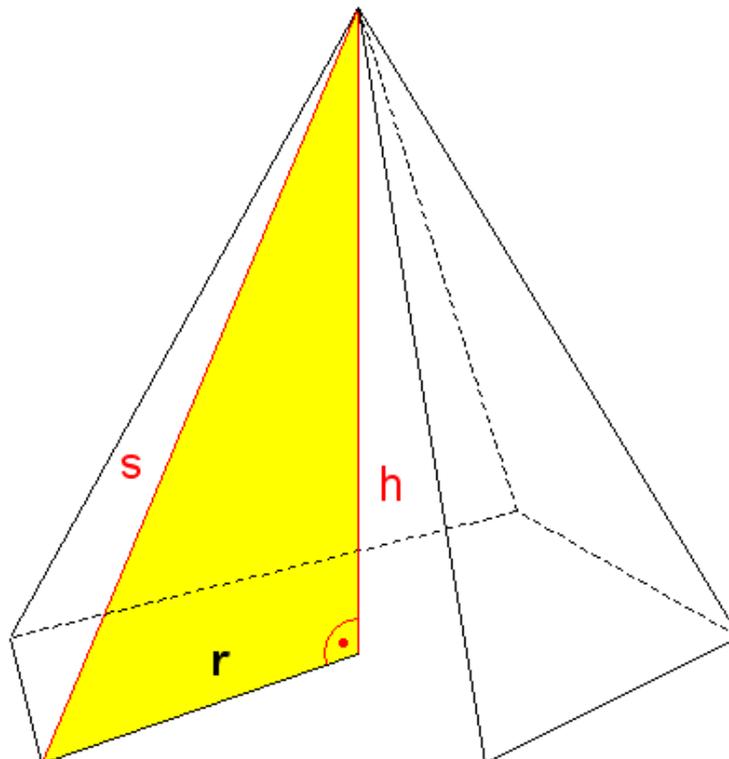
$$h = 8,4 \text{ cm}$$

$$s = 10,2 \text{ cm}$$

Gesucht:

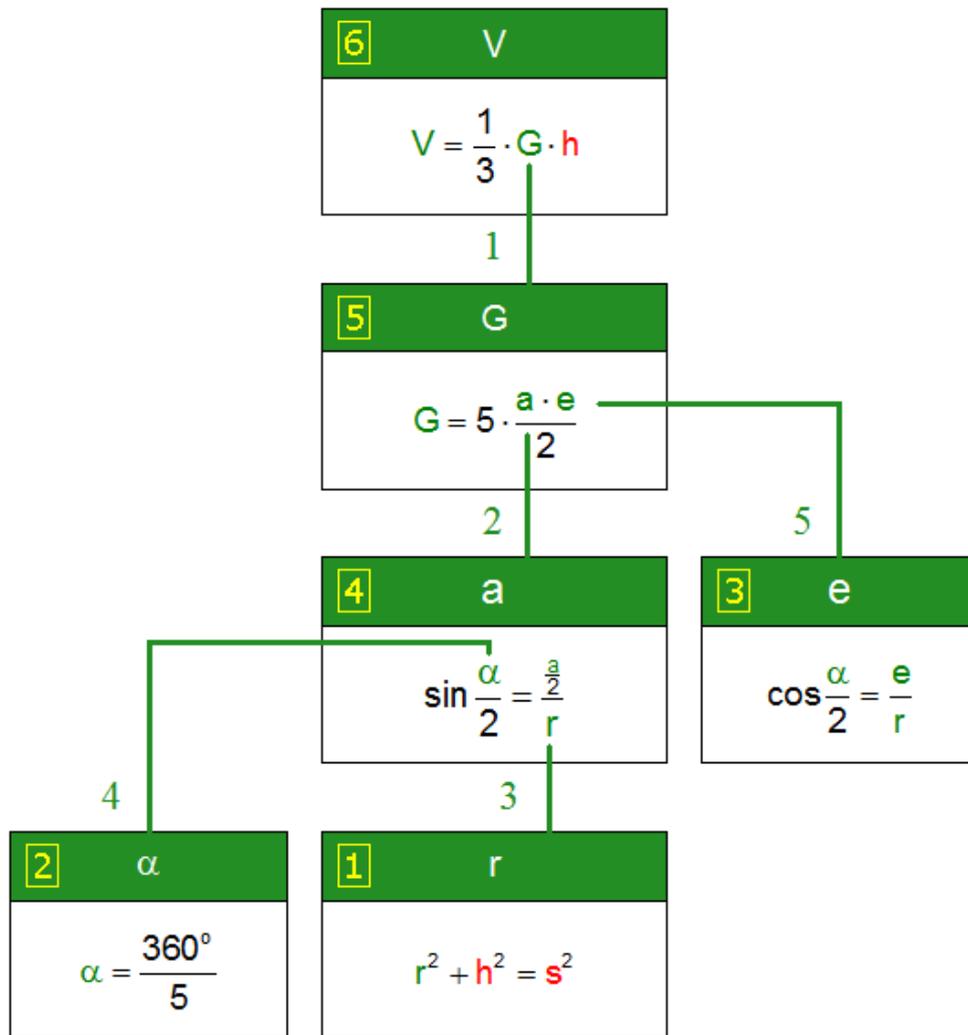
V

Skizze:



Strategie 2008 P3:

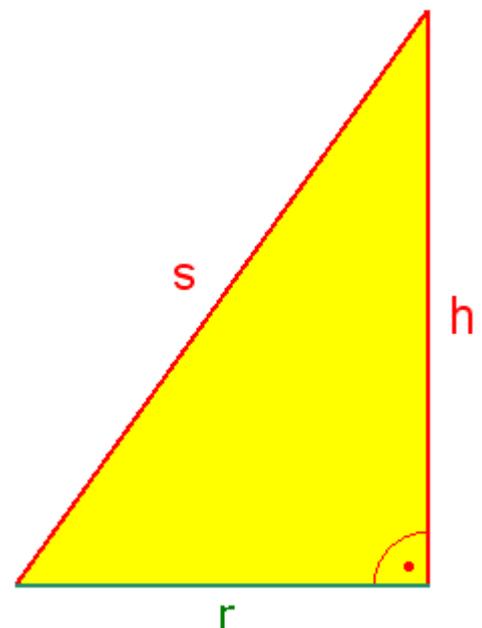
Struktogramm:



Lösung 2008 P3:

1. Berechnung der Dreiecksseite r:

$$\begin{aligned} r^2 + h^2 &= s^2 && \text{Pythagoras im} \\ r^2 + 8,4^2 &= 10,2^2 && \text{rechtwinkligen} \\ r^2 + 70,56 &= 104,04 && \text{gelben Dreieck} \\ r^2 &= 33,48 && | \sqrt{} \\ \underline{r = 5,79 \text{ cm}} \end{aligned}$$



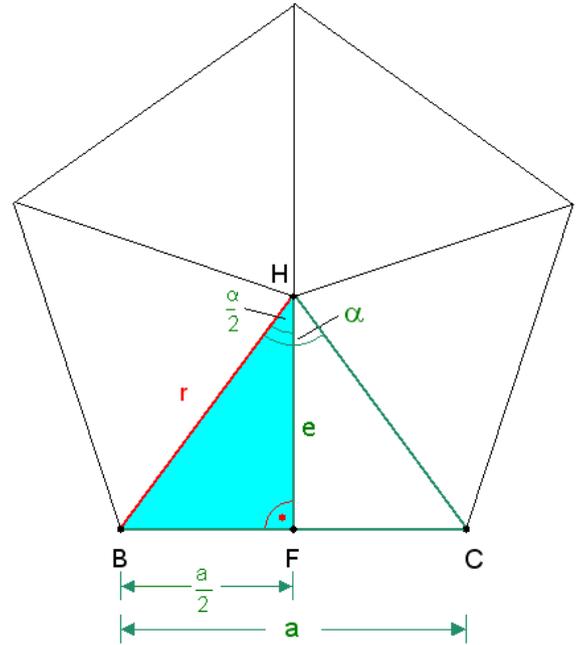
Lösung 2008 P3:

2. Berechnung des Winkels $\frac{\alpha}{2}$:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{5}$$

$$\alpha = 72^\circ$$

$$\frac{\alpha}{2} = 36^\circ$$



3. Berechnung der Dreiecksseite e:

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{e}{r}$$

Kosinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck BFH

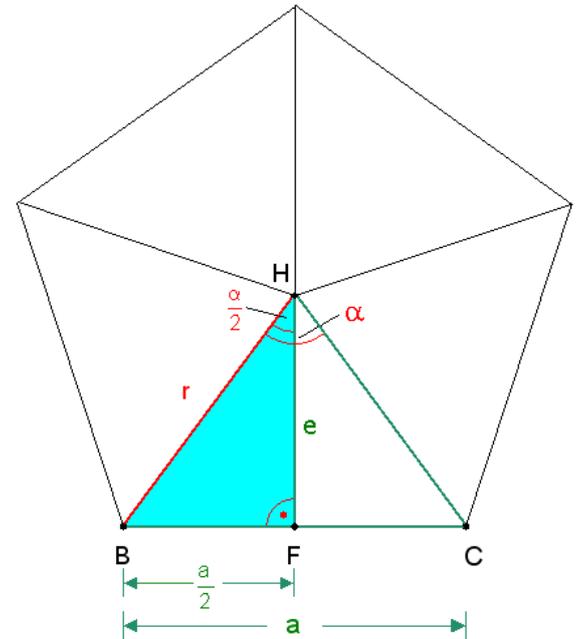
$$\cos 36^\circ = \frac{e}{5,79}$$

$$0,8090 = \frac{e}{5,79}$$

Seiten tauschen

$$\frac{e}{5,79} = 0,8090 \quad | \cdot 5,79$$

$$\underline{e = 4,68 \text{ cm}}$$



4. Berechnung der Dreiecksseite a:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{a}{2}}{r}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Dreieck BFH

$$\sin 36^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{5,79}$$

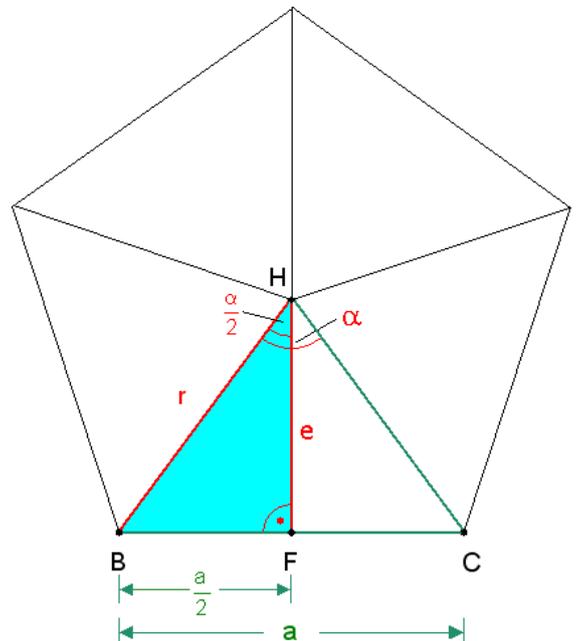
$$0,5878 = \frac{\frac{a}{2}}{5,79}$$

Seiten tauschen

$$\frac{\frac{a}{2}}{5,79} = 0,5878 \quad | \cdot 5,79$$

$$\frac{a}{2} = 3,40 \quad | \cdot 2$$

$$\underline{a = 6,80 \text{ cm}}$$



Lösung 2008 P3:

5. Berechnung der Grundfläche G:

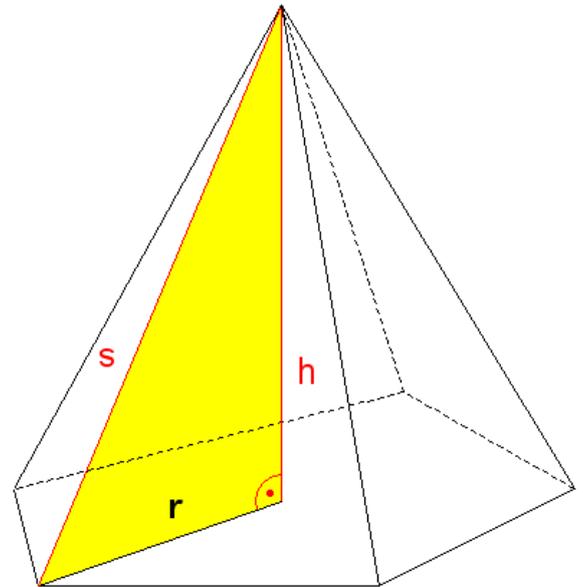
$$G = 5 \cdot \frac{\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}}{2} = 5 \cdot \frac{a \cdot e}{2}$$

$$G = 5 \cdot \frac{6,80 \cdot 4,68}{2}$$

$$G = 5 \cdot \frac{31,824}{2}$$

$$G = 5 \cdot 15,912$$

$$\underline{\underline{G = 79,56 \text{ cm}^2}}$$



6. Berechnung des Volumens V:

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 79,56 \cdot 8,4$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 668,304$$

$$\underline{\underline{V = 223 \text{ cm}^3}}$$

