

Wahlaufgaben

Aufgabe 2005 W3a:

Von einer regelmäßigen neunseitigen Pyramide sind bekannt:

4 P

$$M = 300 \text{ cm}^2 \text{ (Mantelfläche)}$$

$$a = 6,4 \text{ cm (Grundkante)}$$

Berechnen Sie das Volumen der Pyramide.

Strategie 2005 W3a:

Gegeben:

Regelmäßige neunseitige
Pyramide

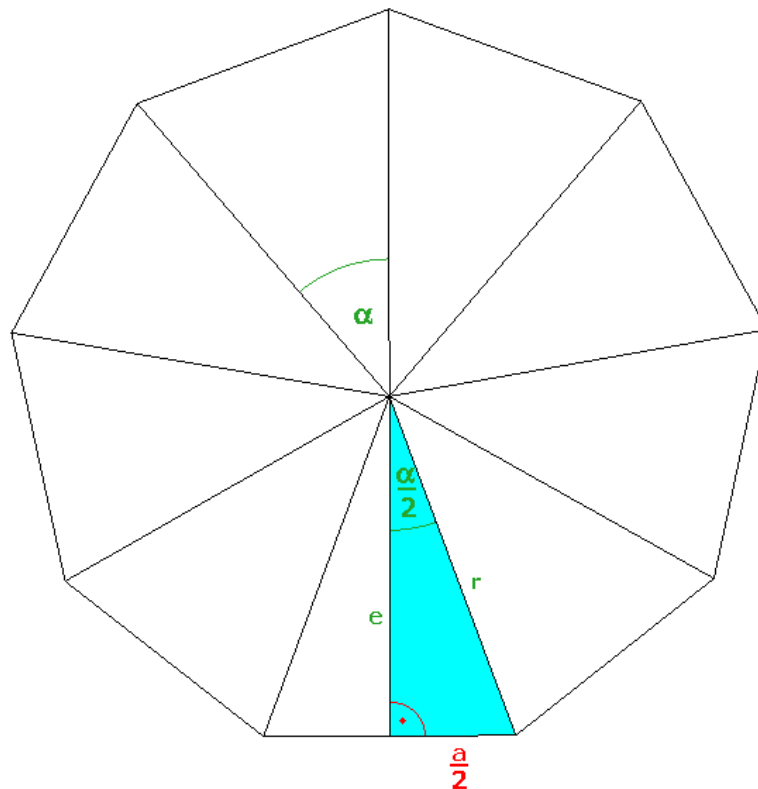
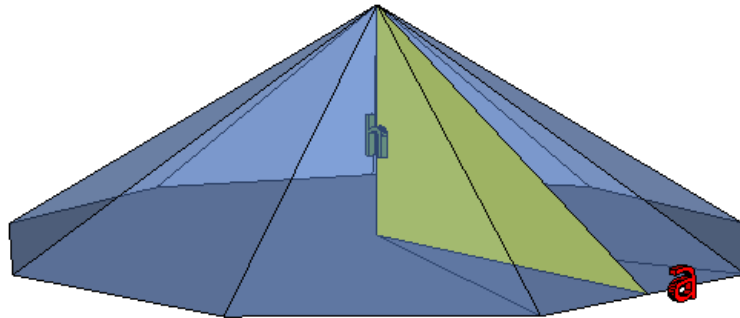
$$M = 300 \text{ cm}^2$$

$$a = 6,4 \text{ cm}$$

Gesucht:

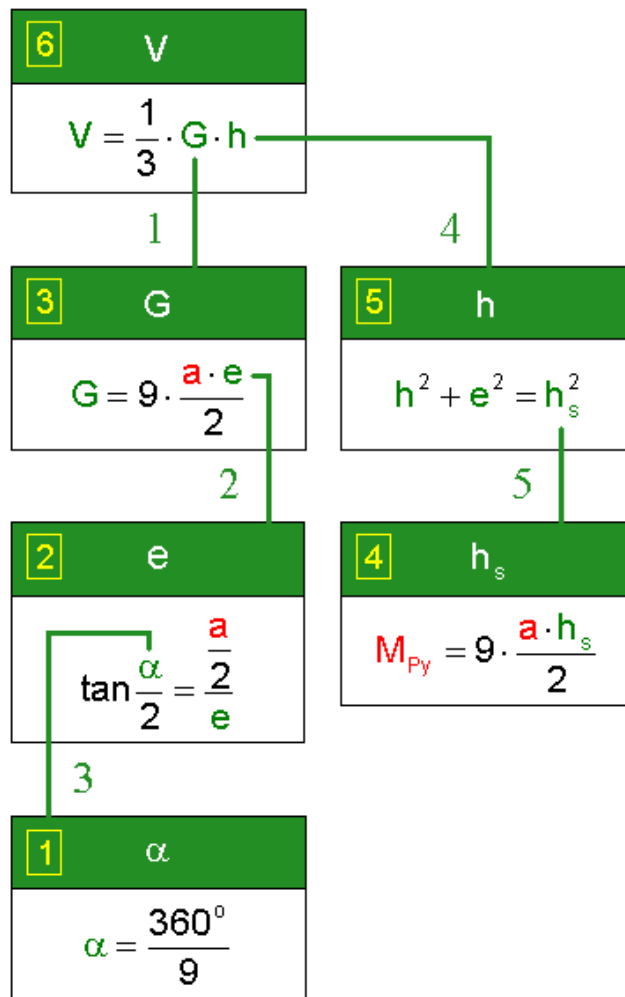
V

Skizze:



Strategie 2005 W3a:

Struktogramm:



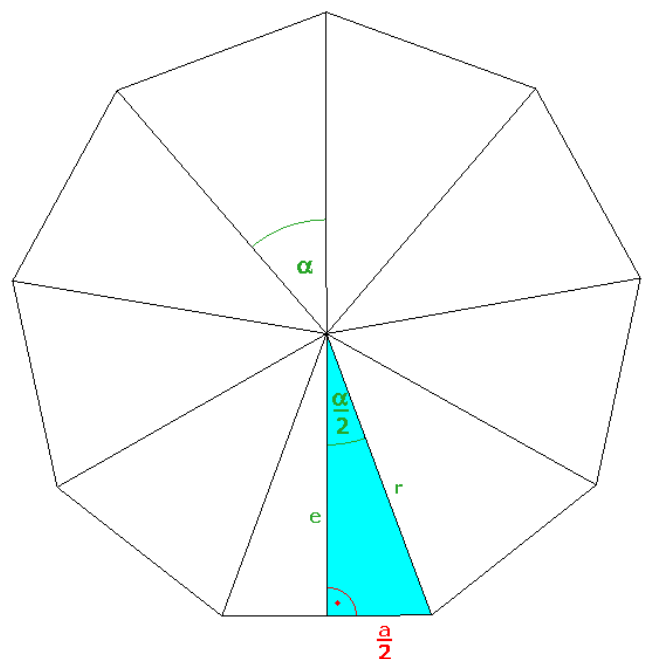
Lösung 2005 W3a:

1. Berechnung des Winkels α :

$$\alpha = \frac{360^\circ}{9}$$

$$\alpha = 40^\circ$$

$$\frac{\alpha}{2} = 20^\circ$$



Lösung 2005 W3a:

2. Berechnung der Höhe e des gleichschenkligen Dreiecks:

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\frac{a}{2}}{e}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

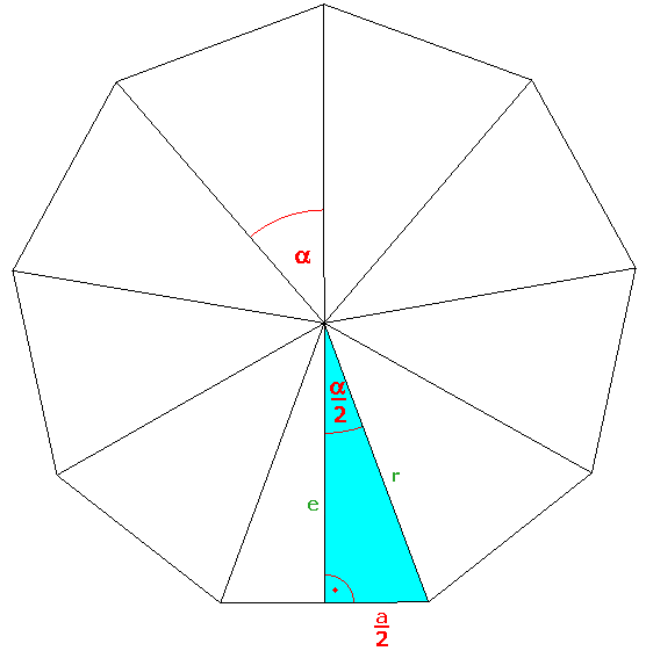
$$\tan \frac{40^\circ}{2} = \frac{6,4}{e}$$

$$\tan 20^\circ = \frac{3,2}{e}$$

$$0,3640 = \frac{3,2}{e} \quad | \cdot e$$

$$e \cdot 0,3640 = 3,2 \quad | : 0,3640$$

$$\underline{e = 8,79 \text{ cm}}$$

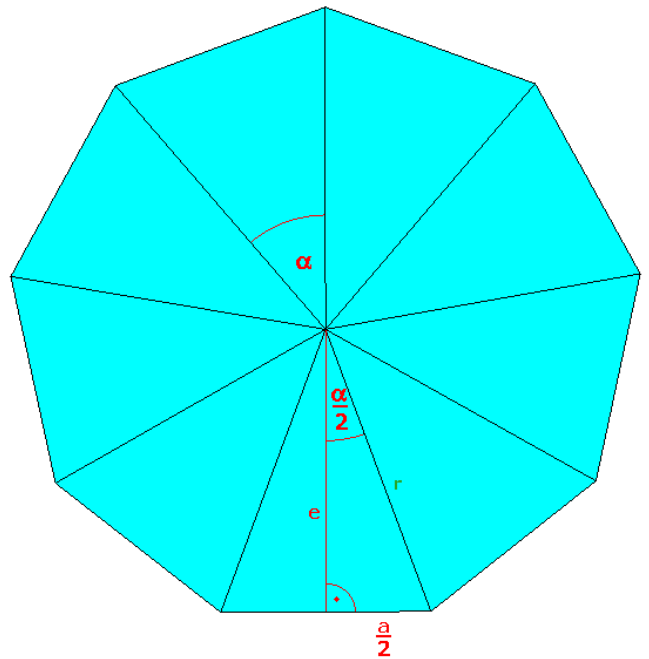


3. Berechnung der Grundfläche G:

$$G = 9 \cdot \frac{a \cdot e}{2}$$

$$G = 9 \cdot \frac{6,4 \cdot 8,79}{2}$$

$$\underline{G = 253,15 \text{ cm}^2}$$



4. Berechnung der Höhe der Seitenfläche h_s:

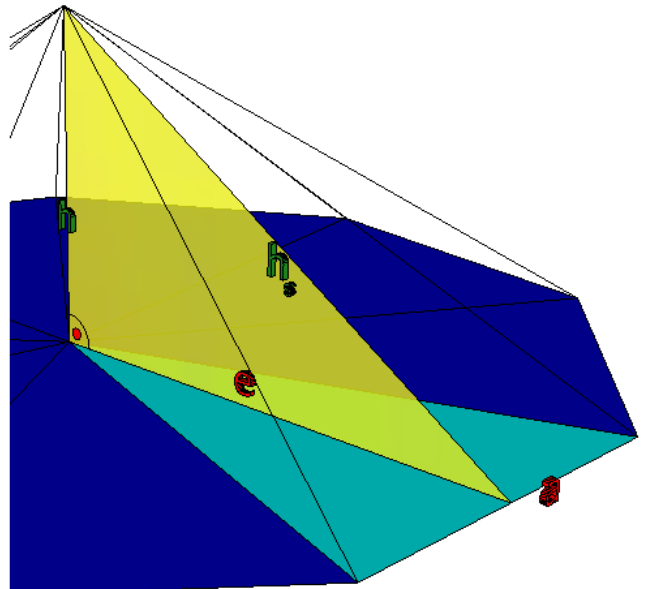
$$M = 9 \cdot \frac{a \cdot h_s}{2}$$

$$300 = 9 \cdot \frac{6,4 \cdot h_s}{2}$$

$$300 = 28,8 \cdot h_s \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$28,8 \cdot h_s = 300 \quad | : 28,8$$

$$\underline{h_s = 10,42 \text{ cm}}$$



Lösung 2005 W3a:

5. Berechnung der Höhe h der Pyramide:

$$h^2 + e^2 = h_s^2$$

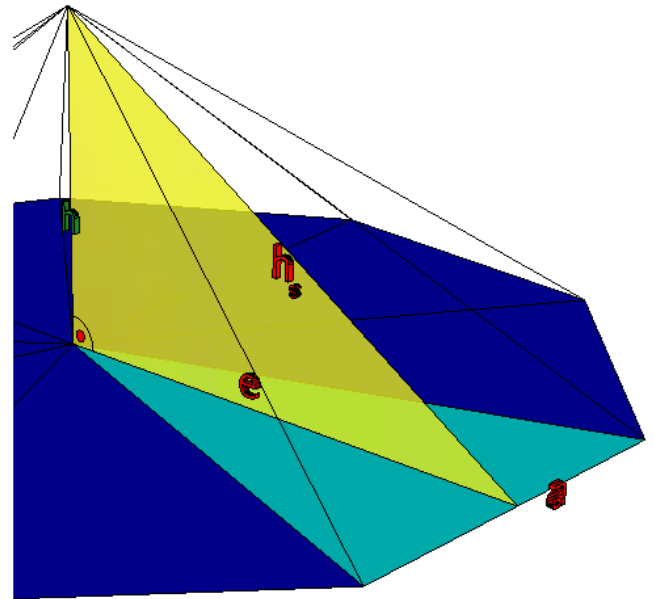
Pythagoras im
rechtwinkligen
gelben Dreieck

$$h^2 + 8,79^2 = 10,42^2$$

$$h^2 + 77,2641 = 108,5764 \quad | - 77,2641$$

$$h^2 = 31,3123 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{h = 5,60 \text{ cm}}$$



6. Berechnung des Volumens V der Pyramide:

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 253,15 \cdot 5,60$$

$$\underline{\underline{V = 472,55 \text{ cm}^3}}$$

