

Wahlaufgaben

Aufgabe 2005 W2a:

Eine Parabel p_1 hat die Gleichung $p_1 : y = x^2 + 4x + 1$. **5 P**

Durch den Scheitelpunkt der Parabel und durch den Punkt

$P(6|5)$ geht die Gerade g_1 .

Berechnen Sie die Gleichung der Geraden g_1 .

Eine zweite nach oben geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2(3|y_s)$.

Er liegt auf der Geraden g_1 .

Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes A beider Parabeln.

Durch den Schnittpunkt A verläuft eine zu g_1 parallele Gerade g_2 .

Die Gerade g_2 schneidet die Parabel p_2 in einem weiteren Punkt.

Berechnen Sie dessen Koordinaten.

Lösung 2005 W2a:

1. Berechnung des Scheitelpunktes S_1 :

$$p_1 : y = x^2 + 4x + 1$$

Quadratische Ergänzung

$$y = x^2 + 4x + 4 - 4 + 1$$

$$y = (x^2 + 4x + 4) - 4 + 1$$

1. binomische Formel

$$y = (x + 2)^2 - 4 + 1$$

$$y = (x + 2)^2 - 4 + 1$$

Zusammenfassen

$$y = (x + 2)^2 - 3$$

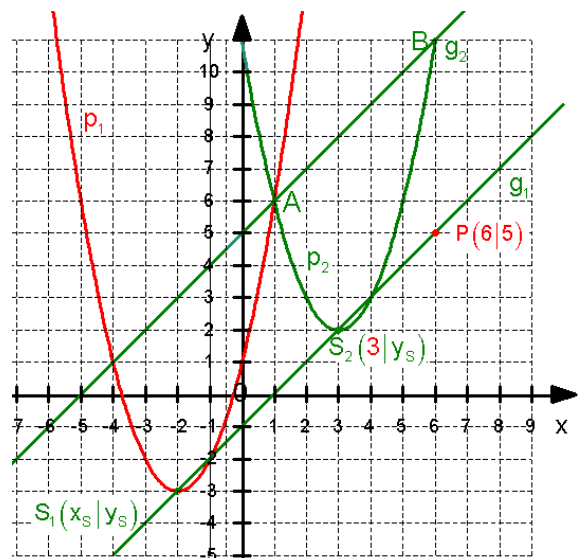
$$y = (x + 2)^2 - 3$$

$$y = (x - b)^2 + d ; S(b|d)$$

Scheitelformel

$$y = (x - (-2))^2 + (-3) ; S(-2|-3)$$

$$S_1(-2|-3)$$



Lösung 2005 W2a:

2. Bestimmung der Geradengleichung g_1 :

$$y = m \cdot x + b$$

Allgemeine Geradengleichung

$$\text{I: } -3 = m \cdot (-2) + b$$

$S_1(-2|-3)$ Punktkoordinaten einsetzen

$$\text{II: } 5 = m \cdot 6 + b$$

$P(6|5)$

$$\text{I: } -3 = -2m + b$$

$$+ 2m$$

$$\text{II: } 5 = 6m + b$$

$$- 6m$$

$$\text{I: } 2m - 3 = b$$

Seiten tauschen

$$\text{II: } -6m + 5 = b$$

$$\text{I: } b = 2m - 3$$

Gleichsetzungsverfahren

$$\text{II: } b = -6m + 5$$

$$\text{I} = \text{II: } 2m - 3 = -6m + 5 \quad | + 6m$$

$$8m - 3 = 5 \quad | + 3$$

$$8m = 8 \quad | : 8$$

$$m = 1$$

$$-3 = 1 \cdot (-2) + b$$

$m = 1$ in I einsetzen

$$-3 = -2 + b$$

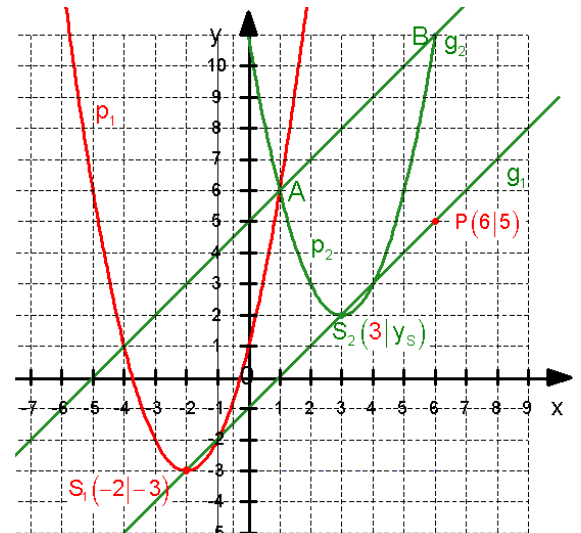
Seiten tauschen

$$-2 + b = -3 \quad | + 2$$

$$b = -1$$

$$g_1: y = 1 \cdot x + (-1)$$

$$g_1: y = x - 1$$



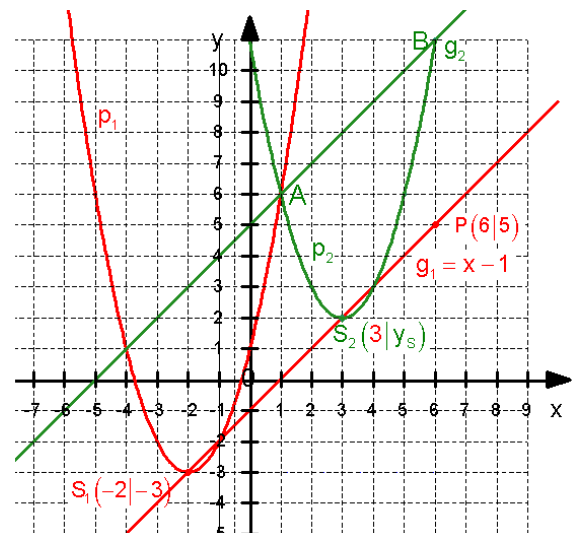
3. Berechnung der Koordinaten des Scheitelpunktes S_2 :

$$y = x - 1 \quad S_2(3|y_S) \text{ liegt auf } g_1$$

$$y = 3 - 1 \quad x = 3 \text{ einsetzen}$$

$$y = 2$$

$$S_2(3|2)$$



Lösung 2005 W2a:

4. Bestimmung der Parabelgleichung p_2 :

$$y = (x - b)^2 + d; S(b|d) \quad \text{Scheitelgleichung}$$

$$y = (x - 3)^2 + 2; S(3|2)$$

$$y = (x - 3)^2 + 2$$

$$y = (x - 3)^2 + 2 \quad \text{2. binomische Formel}$$

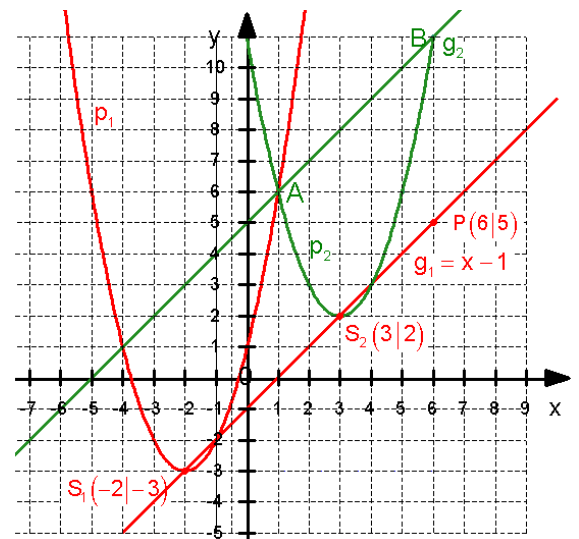
$$y = x^2 - 6x + 9 + 2$$

$$y = x^2 - 6x + 9 + 2$$

$$y = x^2 - 6x + 9 + 2 \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$y = x^2 - 6x + 11$$

$$p_2: y = x^2 - 6x + 11$$



5. Berechnung des Schnittpunktes A von p_1 und p_2 :

$$\text{I: } y = x^2 + 4x + 1$$

$$\text{II: } y = x^2 - 6x + 11$$

Gleichsetzungsverfahren

$$\text{I} = \text{II: } x^2 + 4x + 1 = x^2 - 6x + 11 \quad | -x^2$$

$$4x + 1 = -6x + 11 \quad | +6x$$

$$10x + 1 = 11 \quad | -1$$

$$10x = 10 \quad | :10$$

$$x = 1$$

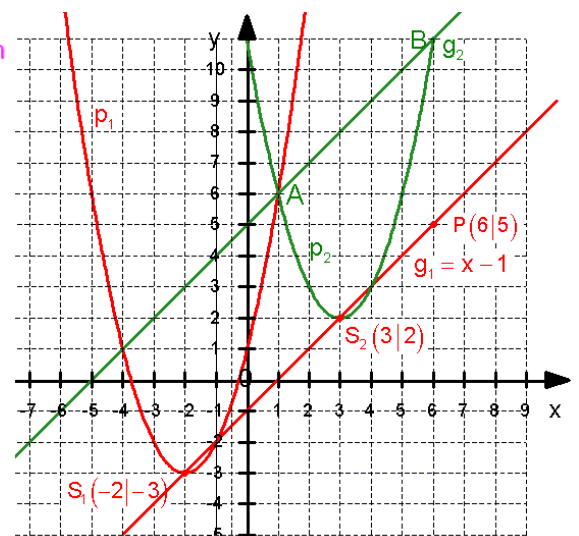
$$\text{I: } y = 1^2 + 4 \cdot 1 + 1$$

$x = 1$ in I einsetzen

$$y = 1 + 4 + 1$$

$$y = 6$$

$$A(1|6)$$



6. Bestimmung der Geradengleichung g_2 :

$$y = m \cdot x + b \quad \text{Allgemeine Geradengleichung}$$

$$m = 1 \quad g_2 \parallel g_1$$

$$y = 1 \cdot x + b$$

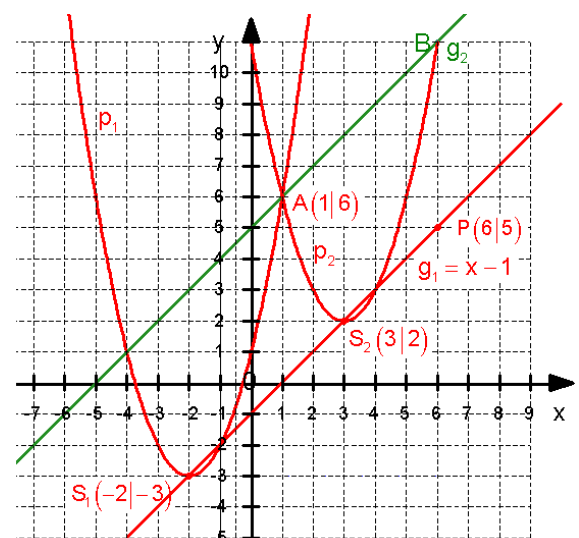
$$y = x + b \quad A(1|6) \text{ einsetzen}$$

$$6 = 1 + b \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$1 + b = 6 \quad | -1$$

$$b = 5$$

$$g_2: y = x + 5$$



Lösung 2005 W2a:

7. Berechnung des Schnittpunktes B von g_2 und p_2 :

$$\begin{array}{l} \text{I: } y = x^2 - 6x + 11 \\ \text{II: } y = x + 5 \end{array}$$

Gleichsetzungsverfahren

$$\begin{array}{l} \text{I} = \text{II: } x^2 - 6x + 11 = x + 5 \quad | -x \\ x^2 - 7x + 11 = 5 \quad | -5 \end{array}$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

Quadratische Gleichung
in der Normalform

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = -7$$

$$q = 6$$

p und q bestimmen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{-7}{2} \pm \sqrt{\frac{(-7)^2}{4} - 6}$$

$$x_{1,2} = 3,5 \pm \sqrt{\frac{49}{4} - 6}$$

$$x_{1,2} = 3,5 \pm \sqrt{12,25 - 6}$$

$$x_{1,2} = 3,5 \pm \sqrt{6,25}$$

$$x_{1,2} = 3,5 \pm 2,5$$

$$x_1 = 3,5 + 2,5 = 6$$

$$\text{II: } y = 6 + 5 = 11$$

$x_1 = 6$ in II einsetzen

$$\underline{\underline{B(6|11)}}$$

