

Wahlaufgaben

Aufgabe 2004 W4b:

4 P

Ein massiver Körper hat die Form eines Kegelstumpfs. Aus ihm wird ein Teilkörper herausgearbeitet (siehe Skizze).

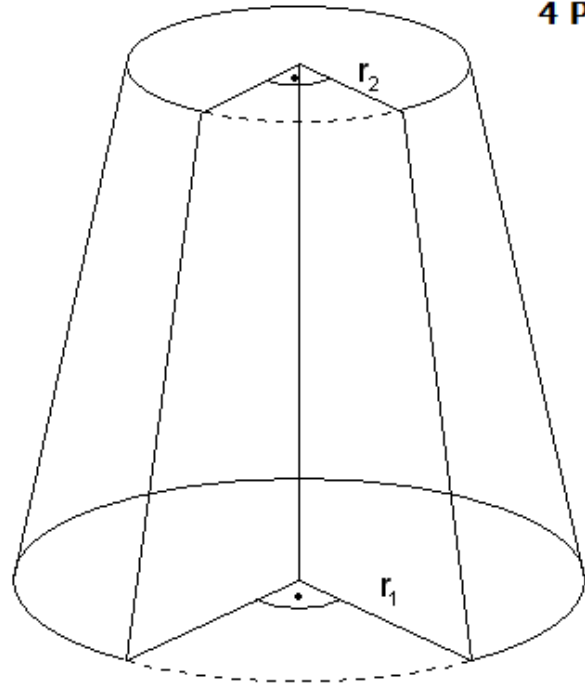
Die Maße des Kegelstumpfes sind:

$$V = 2311 \text{ cm}^3$$

$$r_1 = 9,4 \text{ cm}$$

$$r_2 = 5,8 \text{ cm}$$

Um wie viel Prozent hat sich die Oberfläche verändert?



Strategie 2004 W4b:

Gegeben:

Kegelstumpf

$$V = 2311 \text{ cm}^3$$

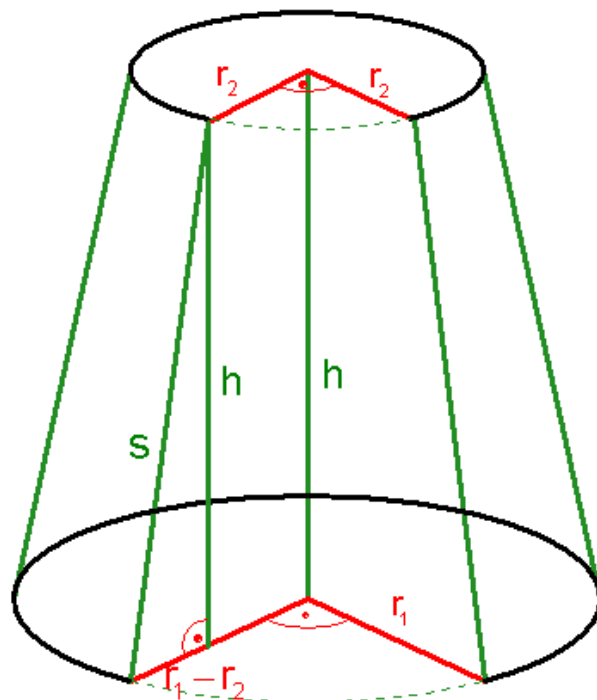
$$r_1 = 9,4 \text{ cm}$$

$$r_2 = 5,8 \text{ cm}$$

Gesucht:

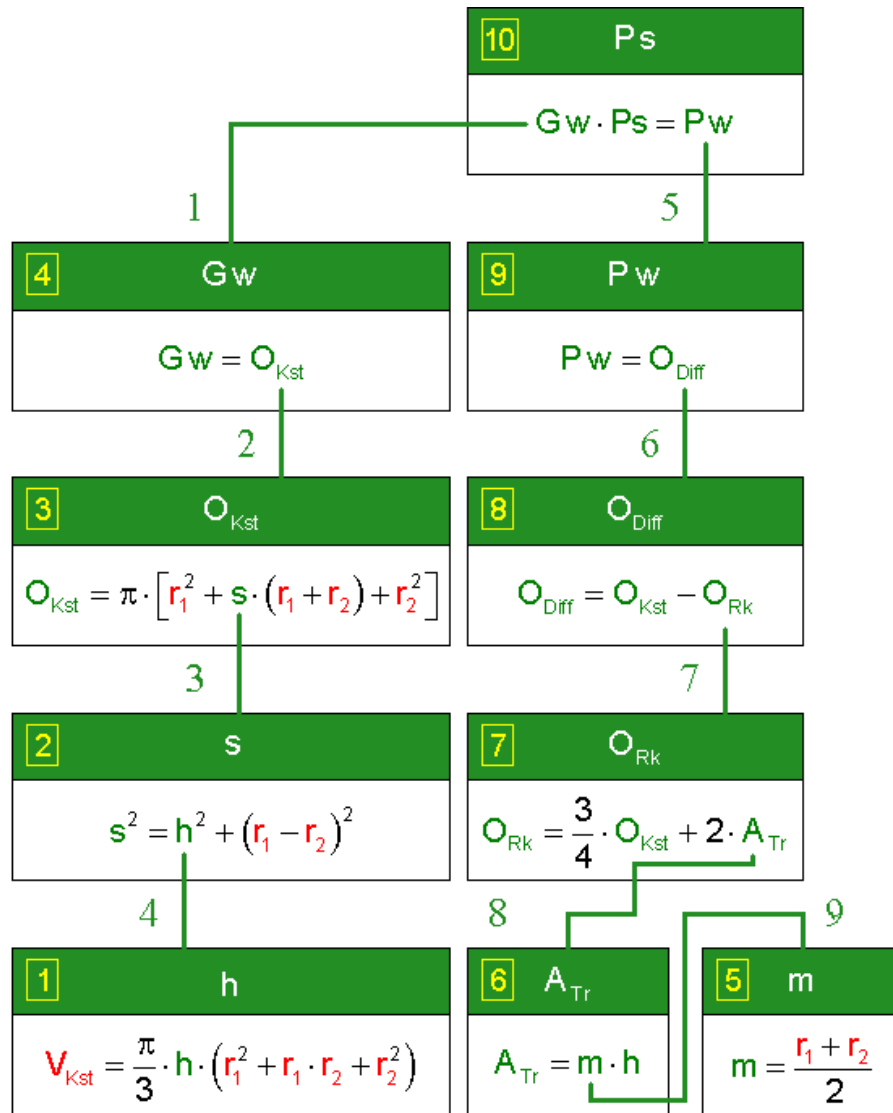
O_{Differenz(%)}

Skizze:



Strategie 2004 W4b

Struktogramm:



Lösung 2004 W4b:

1. Berechnung der Körperhöhe h:

$$V_{Kst} = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$2311 = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot (9,4^2 + 9,4 \cdot 5,8 + 5,8^2)$$

$$2311 = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot (88,36 + 54,52 + 33,64)$$

$$2311 = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot 176,52$$

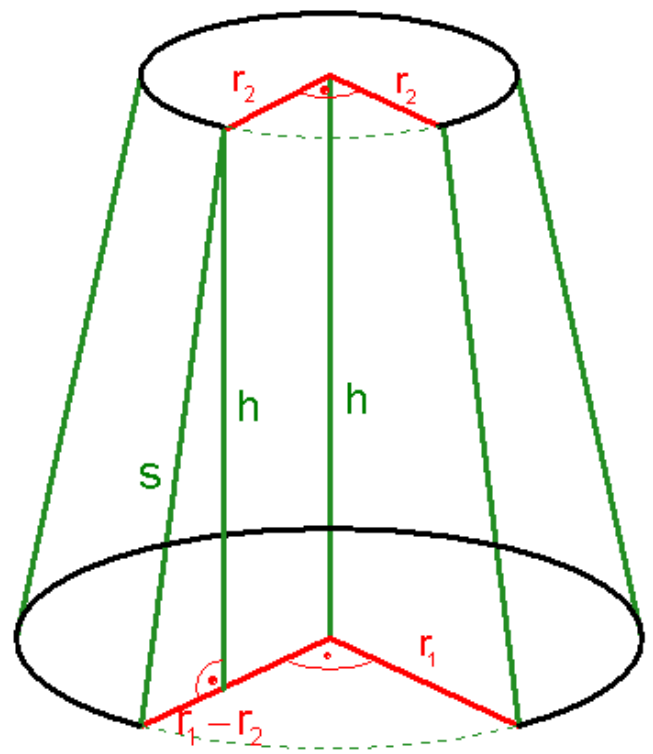
$$\frac{\pi}{3} \cdot h \cdot 176,52 = 2311 \quad | : 176,52$$

$$\frac{\pi}{3} \cdot h = 13,09 \quad | \cdot 3$$

$$\pi \cdot h = 39,27 \quad | : \pi$$

$$h = 12,50 \text{ cm}$$

Seiten tauschen



Lösung 2004 W4b:

2. Berechnung der Seitenlinie s:

$$s^2 = h^2 + (r_1 - r_2)^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
gelben
Teildreieck

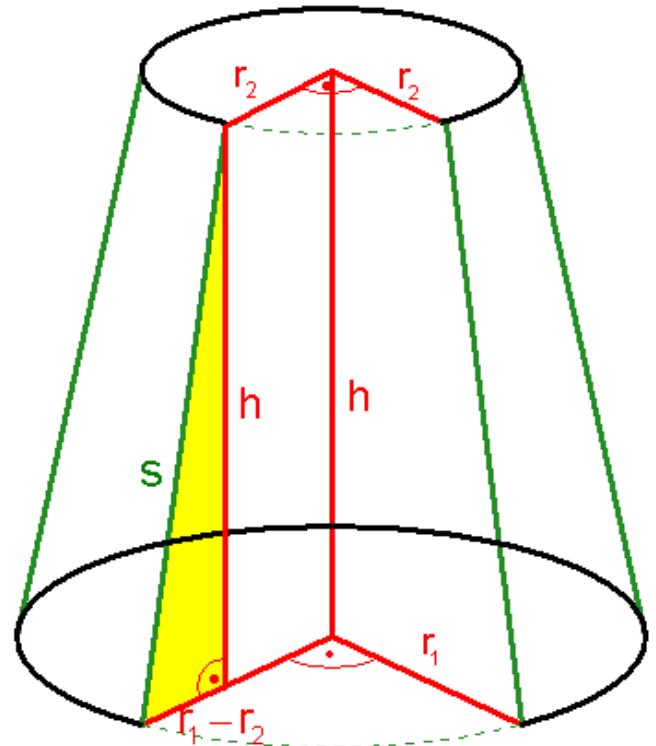
$$s^2 = 12,5^2 + (9,4 - 5,8)^2$$

$$s^2 = 12,5^2 + 3,6^2$$

$$s^2 = 156,25 + 12,96$$

$$s^2 = 169,21$$

$$s = 13,01 \text{ cm}$$



3. Berechnung der Kegelstumpfoberfläche O_{Kst} :

$$O_{\text{Kst}} = \pi \cdot [r_1^2 + s \cdot (r_1 + r_2) + r_2^2]$$

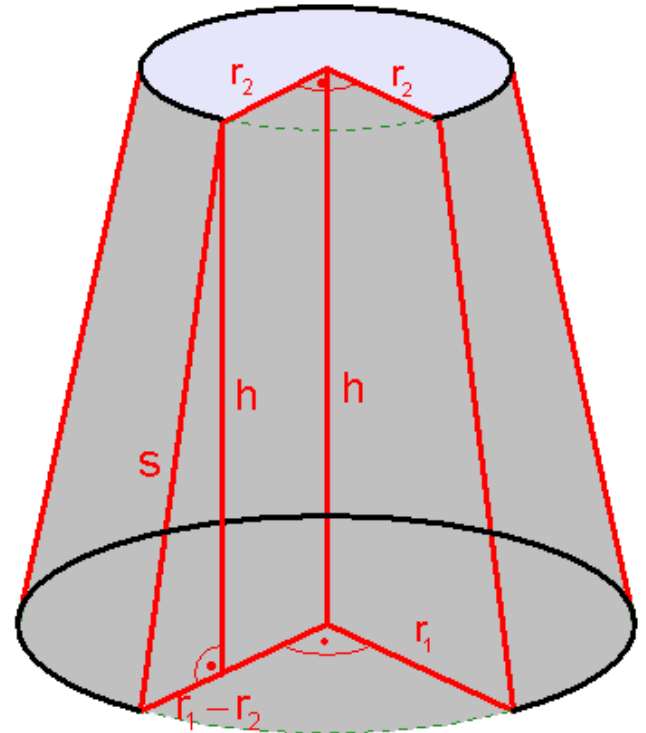
$$O_{\text{Kst}} = \pi \cdot [9,4^2 + 13,01 \cdot (9,4 + 5,8) + 5,8^2]$$

$$O_{\text{Kst}} = \pi \cdot [9,4^2 + 13,01 \cdot 15,2 + 5,8^2]$$

$$O_{\text{Kst}} = \pi \cdot [88,36 + 197,752 + 33,64]$$

$$O_{\text{Kst}} = \pi \cdot 319,752$$

$$O_{\text{Kst}} = 1004,53 \text{ cm}^2$$

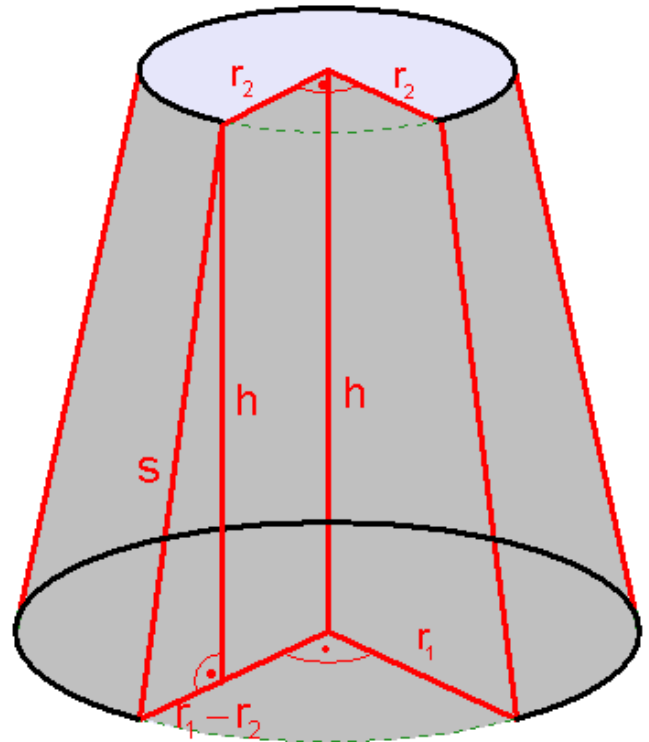


Lösung 2004 W4b:

4. Berechnung des Grundwertes GW:

$$GW = O_{\text{Kst}}$$

$$GW = 1004,53 \text{ cm}^2$$



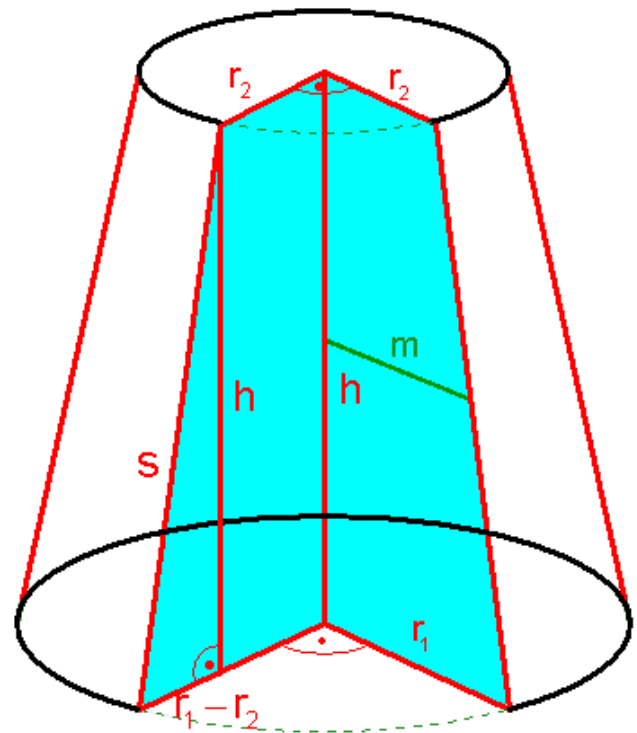
5. Berechnung der Trapezmittellinie m:

$$m = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

$$m = \frac{9,4 + 5,8}{2}$$

$$m = \frac{15,2}{2}$$

$$m = 7,6 \text{ cm}$$



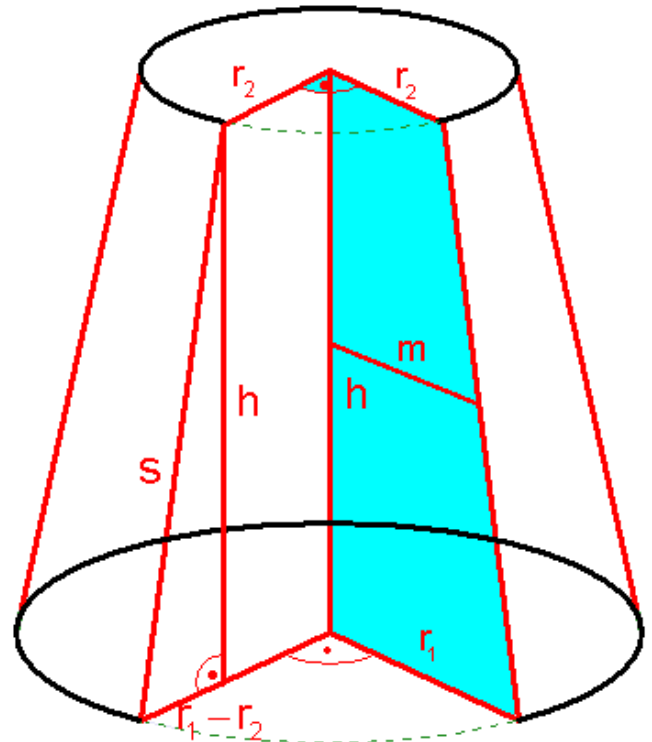
Lösung 2004 W4b:

6. Berechnung der Trapezfläche A_{Tr} :

$$A_{Tr} = m \cdot h$$

$$A_{Tr} = 7,6 \cdot 12,5$$

$$\underline{A_{Tr} = 95 \text{ cm}^2}$$



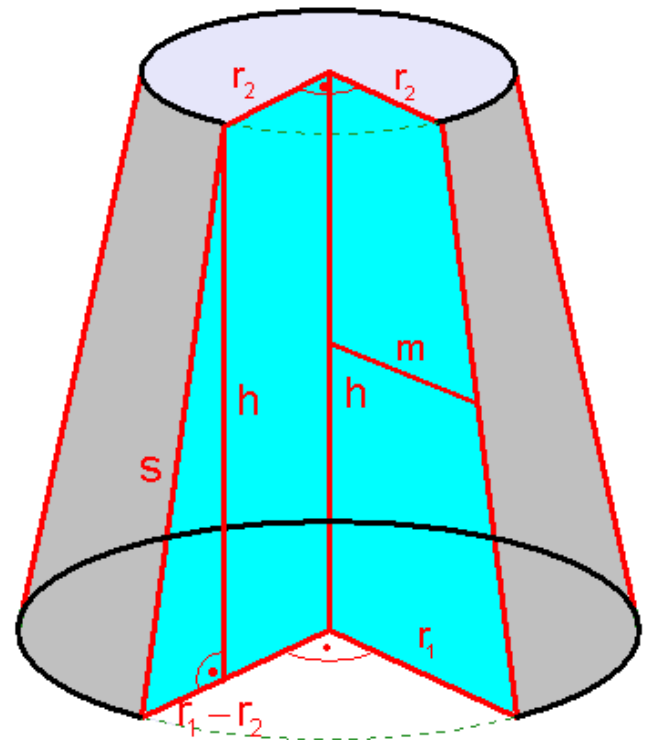
7. Berechnung der Restkörperoberfläche O_{Rk} :

$$O_{Rk} = \frac{3}{4} \cdot O_{Kst} + 2 \cdot A_{Tr}$$

$$O_{Rk} = \frac{3}{4} \cdot 1004,53 + 2 \cdot 95$$

$$O_{Rk} = 753,3975 + 190$$

$$\underline{O_{Rk} = 943,40 \text{ cm}^2}$$



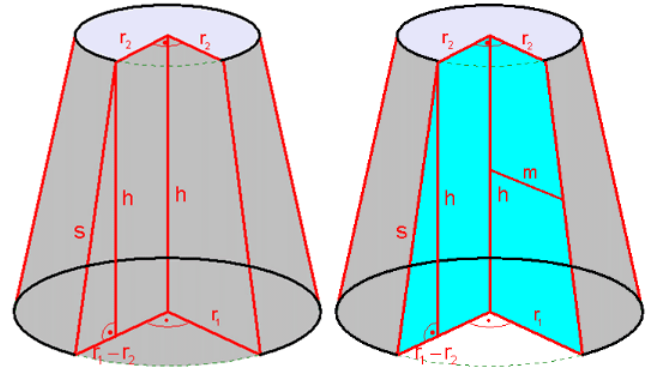
Lösung 2004 W4b:

8. Berechnung der Oberflächendifferenz O_{Diff} :

$$O_{\text{Diff}} = O_{\text{Kst}} - O_{\text{Rk}}$$

$$O_{\text{Diff}} = 1004,53 - 943,40$$

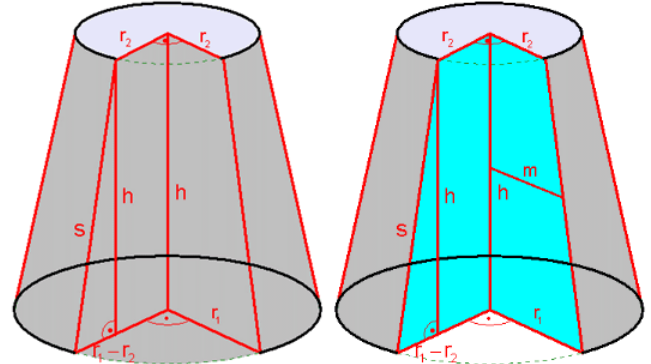
$$O_{\text{Diff}} = \underline{\underline{61,13 \text{ cm}^2}}$$



9. Berechnung des Prozentwertes Pw :

$$Pw = O_{\text{Diff}}$$

$$Pw = \underline{\underline{61,13 \text{ cm}^2}}$$



10. Berechnung der prozentualen Abnahme der Oberfläche Ps :

$$Gw \cdot Ps = Pw$$

$$1004,53 \cdot Ps = 61,13 \quad | : 1004,53$$

$$Ps = 0,06085$$

$$Ps = \frac{6,085}{100}$$

$$Ps = \underline{\underline{6,1\%}}$$

Die Oberfläche nimmt um 6,1% ab.

