

Wahlaufgaben

Aufgabe 2004 W3b:

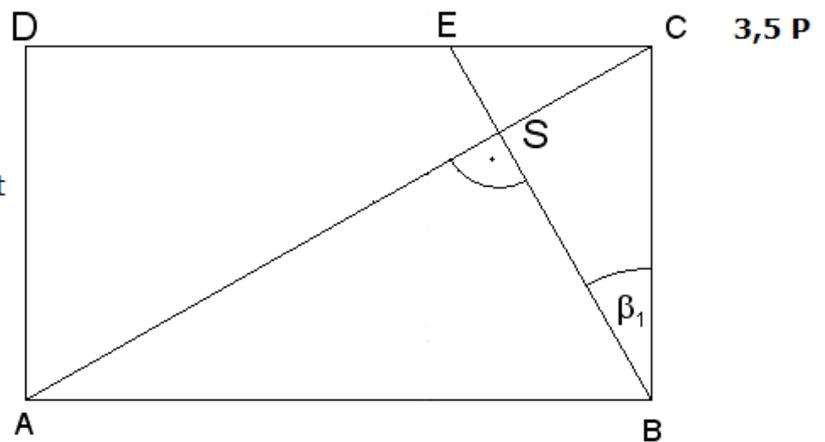
Im Rechteck ABCD gilt:

$$\overline{AD} = 2e$$

$$\beta_1 = 30^\circ$$

Zeigen Sie, dass sich der Flächeninhalt des Vierecks ASED mit der Formel berechnen lässt:

$$A = \frac{11}{6} e^2 \sqrt{3}$$



3,5 P

Strategie 2004 W3b:

Gegeben:

Rechteck ABCD

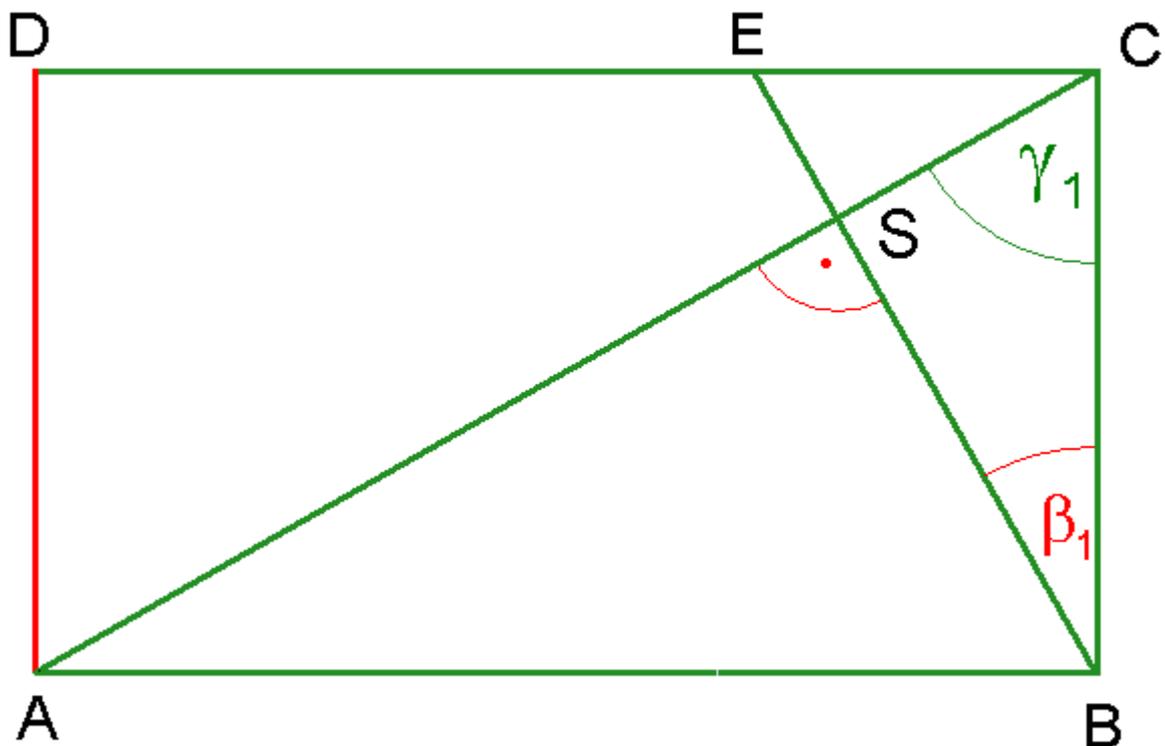
$$\overline{AD} = 2e$$

$$\beta_1 = 30^\circ$$

Gesucht:

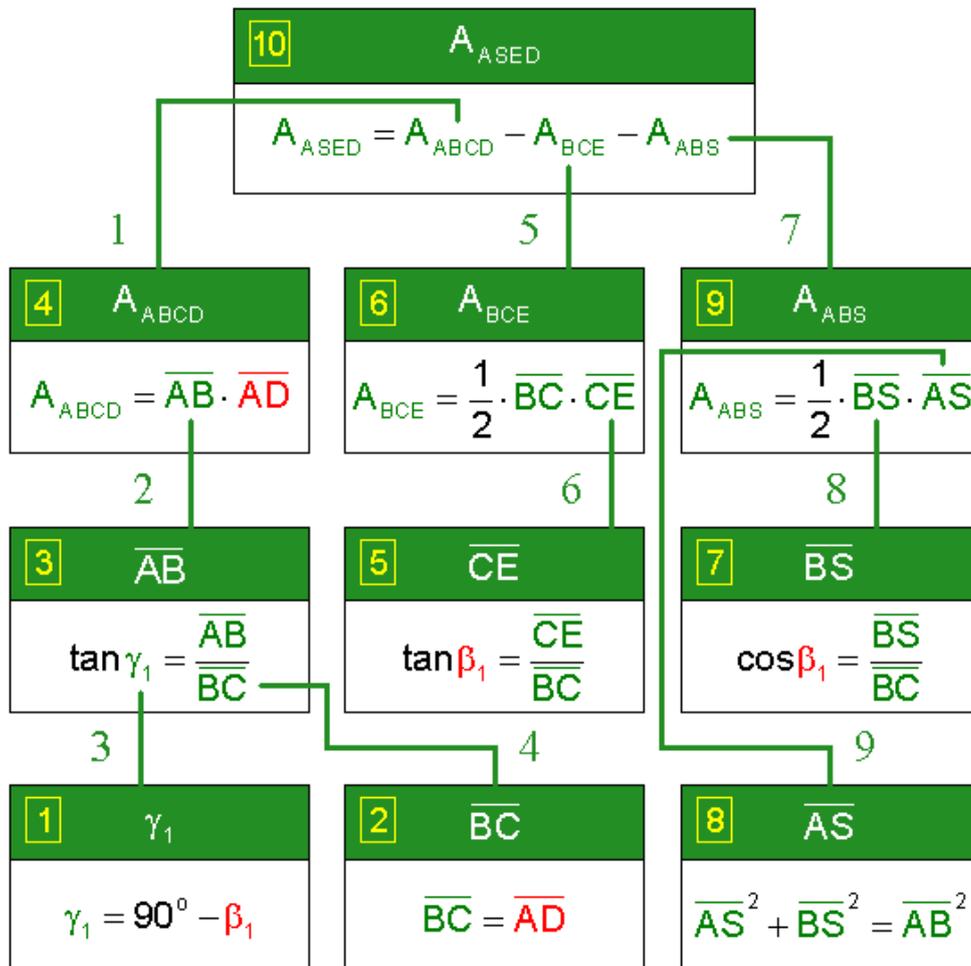
$$A = \frac{11}{6} e^2 \sqrt{3}$$

Skizze:



Strategie 2004 W3b

Struktogramm:



Lösung 2004 W3b:

1. Berechnung des Winkels γ_1 :

$\gamma_1 = 90^\circ - \beta_1$ Winkelsumme im
 hellblauen
 Teildreieck BCS

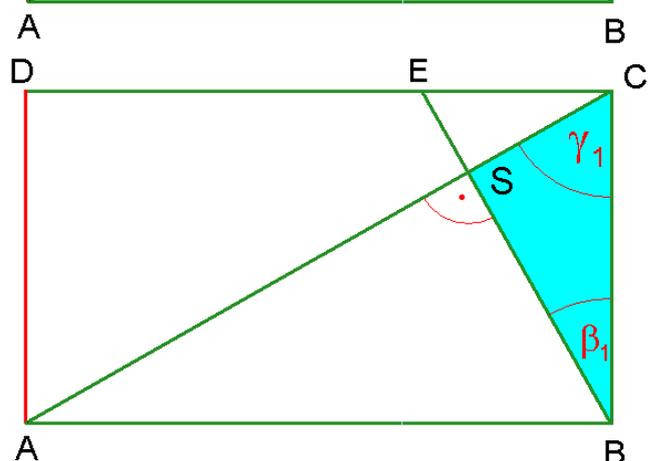
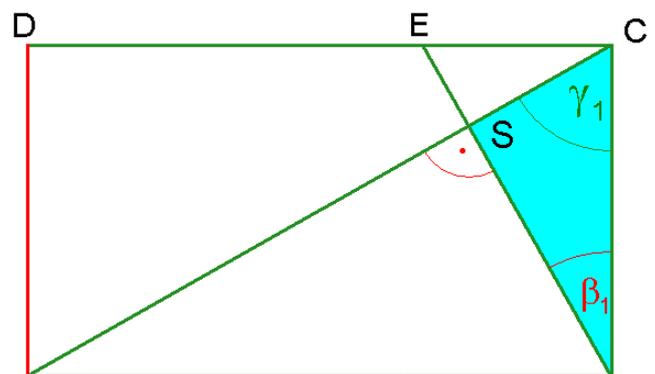
$\gamma_1 = 90^\circ - 30^\circ$

$\gamma_1 = 60^\circ$

2. Berechnung der Strecke \overline{BC} :

$\overline{BC} = \overline{AD}$

$\overline{BC} = 2e$



Lösung 2004 W3b:

3. Berechnung der Strecke \overline{AB} :

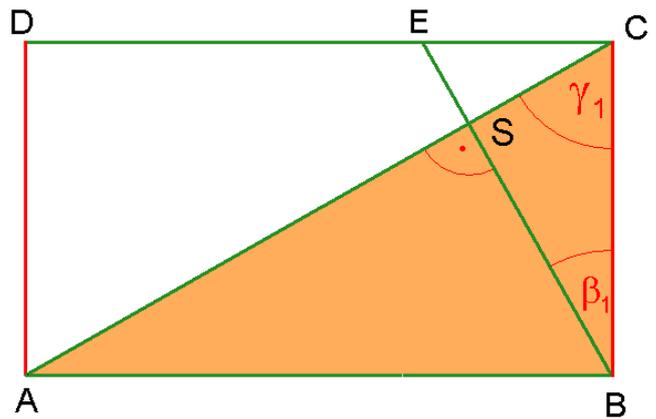
$\tan \gamma_1 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$ Tangensfunktion im rechtwinkligen orangefarbenen Teildreieck ABC

$\tan 60^\circ = \frac{\overline{AB}}{2e}$ $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

$\sqrt{3} = \frac{\overline{AB}}{2e}$ Seiten tauschen

$\frac{\overline{AB}}{2e} = \sqrt{3} \quad | \cdot 2e$

$\overline{AB} = 2e \cdot \sqrt{3}$



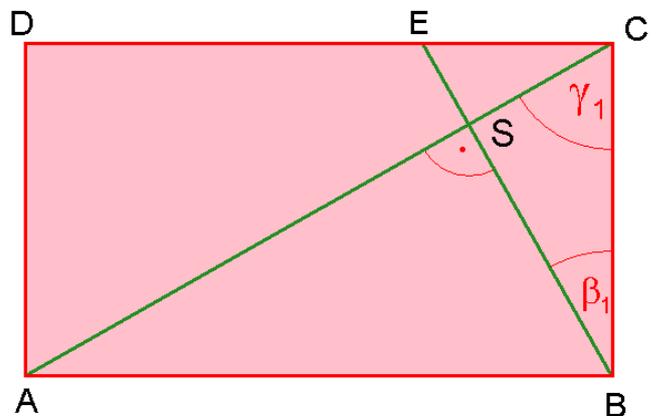
4. Berechnung der Rechteckfläche A_{ABCD} :

$A_{ABCD} = \text{Länge} \cdot \text{Breite} = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$

$A_{ABCD} = 2e\sqrt{3} \cdot 2e$ Plätze tauschen in einem Produkt

$A_{ABCD} = 2e \cdot 2e \cdot \sqrt{3}$ Zusammenfassen

$A_{ABCD} = 4e^2 \sqrt{3}$



5. Berechnung der Strecke \overline{CE} :

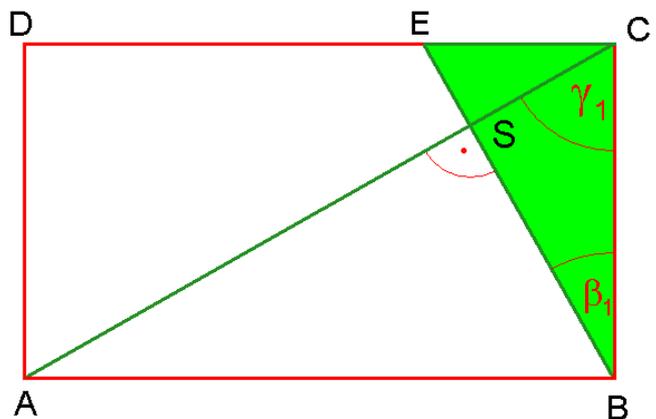
$\tan \beta_1 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{BC}}$ Tangensfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck

$\tan 30^\circ = \frac{\overline{CE}}{2e}$ $\tan 30^\circ = \frac{1}{3}\sqrt{3}$

$\frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{\overline{CE}}{2e}$ Seiten tauschen

$\frac{\overline{CE}}{2e} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \quad | \cdot 2e$

$\overline{CE} = 2e \cdot \frac{1}{3}\sqrt{3}$



Lösung 2004 W3b:

6. Berechnung der Fläche A_{BCE} :

$$A_{BCE} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{CE}$$

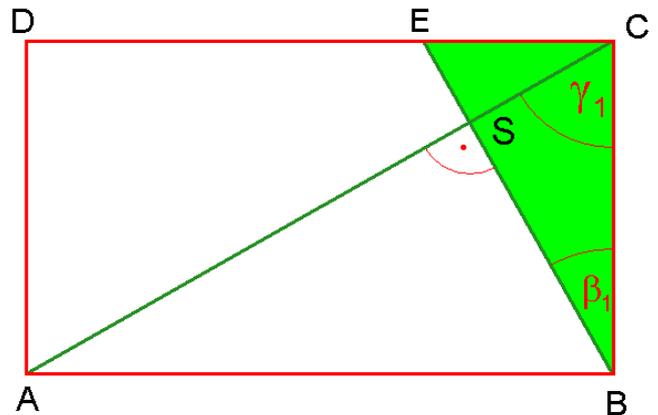
$$A_{BCE} = \frac{1}{2} \cdot 2e \cdot 2e \cdot \frac{1}{3} \sqrt{3} \quad \text{kürzen}$$

$$A_{BCE} = \frac{1}{2} \cdot \cancel{2}e \cdot \cancel{2}e \cdot \frac{1}{3} \sqrt{3}$$

$$A_{BCE} = e \cdot 2e \cdot \frac{1}{3} \sqrt{3} \quad \text{Plätze tauschen in einem Produkt}$$

$$A_{BCE} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot e \cdot e \cdot \sqrt{3} \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$\underline{A_{BCE} = \frac{2}{3} e^2 \sqrt{3}}$$



7. Berechnung der Strecke \overline{BS} :

$$\cos \beta_1 = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{BS}}{\overline{BC}} \quad \text{Kosinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\overline{BS}}{2e} \quad \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

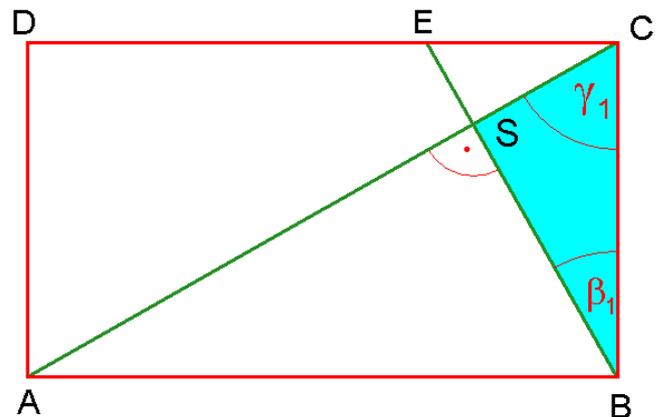
$$\frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{\overline{BS}}{2e} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{\overline{BS}}{2e} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \quad | \cdot 2e$$

$$\overline{BS} = 2e \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\overline{BS} = \cancel{2}e \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \sqrt{3} \quad \text{kürzen}$$

$$\underline{\overline{BS} = e \sqrt{3}}$$



Lösung 2004 W3b:

8. Berechnung der Strecke \overline{AS} :

$$\overline{AS}^2 + \overline{BS}^2 = \overline{AB}^2$$

$$\overline{AS}^2 + (e\sqrt{3})^2 = (2e\sqrt{3})^2$$

$$\overline{AS}^2 + e\sqrt{3} \cdot e\sqrt{3} = 2e\sqrt{3} \cdot 2e\sqrt{3}$$

$$\overline{AS}^2 + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot e \cdot e = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot e \cdot e$$

$$\overline{AS}^2 + 3e^2 = 12e^2$$

$$\overline{AS}^2 = 9e^2$$

$$\overline{AS} = \sqrt{9e^2}$$

$$\overline{AS} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{e^2}$$

$$\overline{AS} = 3e$$

Pythagoras im rechtwinkligen dunkelblauen Teildreieck

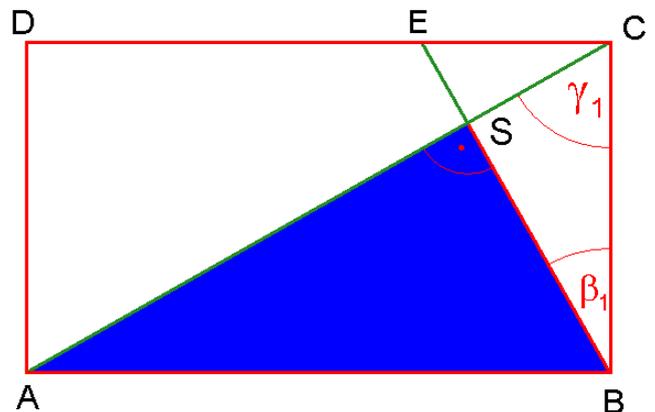
Plätze tauschen in einem Produkt

Zusammenfassen

$$|- 3e^2$$

$$|\sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$



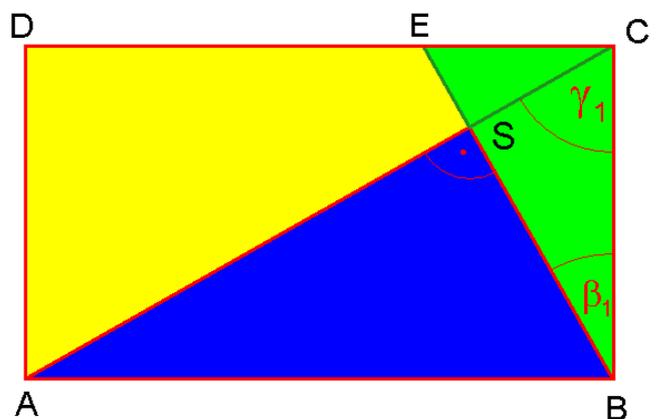
9. Berechnung der Fläche A_{ABS} :

$$A_{ABS} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AS} \cdot \overline{BS}$$

$$A_{ABS} = \frac{1}{2} \cdot 3e \cdot e\sqrt{3}$$

Zusammenfassen

$$A_{ABS} = \frac{3}{2} e^2 \sqrt{3}$$



10. Berechnung der Fläche A_{ASED} :

$$A_{ASED} = A_{ABCD} - A_{BCE} - A_{ABS}$$

$$A_{ASED} = 4e^2\sqrt{3} - \frac{2}{3}e^2\sqrt{3} - \frac{3}{2}e^2\sqrt{3}$$

Brüche erweitern

$$A_{ASED} = \frac{4 \cdot 6}{1 \cdot 6} e^2\sqrt{3} - \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} e^2\sqrt{3} - \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3} e^2\sqrt{3}$$

$$A_{ASED} = \frac{24}{6} e^2\sqrt{3} - \frac{4}{6} e^2\sqrt{3} - \frac{9}{6} e^2\sqrt{3}$$

$$A_{ASED} = \frac{24}{6} e^2\sqrt{3} - \frac{4}{6} e^2\sqrt{3} - \frac{9}{6} e^2\sqrt{3}$$

gemeinsamen Faktor ausklammern

$$A_{ASED} = \left(\frac{24}{6} - \frac{4}{6} - \frac{9}{6} \right) e^2\sqrt{3}$$

$$A_{ASED} = \frac{11}{6} e^2\sqrt{3}$$

