

Wahlaufgaben

Aufgabe 2004 W2b:

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung:

3 P

$$\frac{x^2 + 25x + 100}{2x^2 + 20x + 50} = \frac{2x + 3}{x + 5} - \frac{x - 6}{2x + 10}$$

Lösung 2004 W2b:

1. Bestimmung der Definitionsmenge:

$$\frac{x^2 + 25x + 100}{2x^2 + 20x + 50} = \frac{2x + 3}{x + 5} - \frac{x - 6}{2x + 10}$$

1. Nenner

$$2x^2 + 20x + 50 \neq 0 \mid :2$$

$$x^2 + 10x + 25 \neq 0$$
 1. binomische Formel

$$(x+5)^2 \neq 0 \quad | \sqrt{}$$

$$x + 5 \neq 0 \quad | -5$$

$x \neq -5$

2. Nenner

$$x + 5 \neq 0 \quad | -5$$

$$x \neq -5$$

3. Nenner

$$2x + 10 \neq 0 \quad | :2$$

$$x + 5 \neq 0 \quad | -5$$

$x \neq -5$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$$

2. Bestimmung des Hauptnenners:

$$\frac{x^2 + 25x + 100}{2x^2 + 20x + 50} = \frac{2x + 3}{x + 5} - \frac{x - 6}{2x + 10}$$

gemeinsame Faktoren
ausklammern

$$\frac{x^2 + 25x + 100}{2(x^2 + 10x + 25)} = \frac{2x + 3}{x + 5} - \frac{x - 6}{2(x + 5)} \quad \text{1. binomische Formel}$$

$$\frac{x^2 + 25x + 100}{2(x+5)^2} = \frac{2x+3}{x+5} - \frac{x-6}{2(x+5)}$$

Hauptnenner:

$$\text{HN: } 2(x+5)^2$$

3. Bestimmung der Lösungsmenge:

$$\frac{x^2 + 25x + 100}{2x^2 + 20x + 50} = \frac{2x + 3}{x + 5} - \frac{x - 6}{2x + 10}$$

$$\frac{x^2 + 25x + 100}{2(x^2 + 10x + 25)} = \frac{2x + 3}{x + 5} - \frac{x - 6}{2(x + 5)}$$

$$\frac{x^2 + 25x + 100}{2(x + 5)^2} = \frac{2x + 3}{x + 5} - \frac{x - 6}{2(x + 5)}$$

$$\frac{(x^2 + 25x + 100) \cdot 2(x+5)^2}{2(x+5)^2} = \frac{(2x+3) \cdot 2(x+5)^2}{x+5} - \frac{(x-6) \cdot 2(x+5)^2}{2(x+5)}$$

$$\frac{(x^2 + 25x + 100) \cdot 2(x + 5)^2}{2(x + 5)^2} = \frac{(2x + 3) \cdot 2(x + 5)(x + 5)}{x + 5} - \frac{(x - 6) \cdot 2(x + 5)(x + 5)}{2(x + 5)}$$

$$\frac{(x^2 + 25x + 100) \cdot 2(x + 5)^2}{2(x + 5)^2} = \frac{(2x + 3) \cdot 2(x + 5)(x + 5)}{x + 5} - \frac{(x - 6) \cdot 2(x + 5)(x + 5)}{2(x + 5)}$$

$$\frac{(x^2 + 25x + 100) \cdot \cancel{2(x+5)^2}}{\cancel{2(x+5)^2}} = \frac{(2x+3) \cdot \cancel{2(x+5)} \cdot \cancel{(x+5)}}{\cancel{x+5}} - \frac{(x-6) \cdot \cancel{2(x+5)} \cdot (x+5)}{\cancel{2(x+5)}}$$

$$x^2 + 25x + 100 = (2x + 3) \cdot 2(x + 5) - (x - 6)(x + 5)$$

$$x^2 + 25x + 100 = (2x + 3) \cdot 2(x + 5) - (x - 6)(x + 5)$$

gemeinsame Faktoren
ausklammern

1. binomische Formel

$$| \cdot \text{HN} : 2(x+5)^2$$

im Zähler und Nenner
gleiche Faktoren
kürzen

Zahl mal Summe

Lösung 2004 W2b:

$$x^2 + 25x + 100 = (2x + 3) \cdot (2x + 10) - (x - 6)(x + 5)$$

$$x^2 + 25x + 100 = (2x + 3) \cdot (2x + 10) - (x - 6)(x + 5)$$

Summe mal Summe

$$x^2 + 25x + 100 = 4x^2 + 20x + 6x + 30 - (x - 6)(x + 5)$$

$$x^2 + 25x + 100 = 4x^2 + 20x + 6x + 30 - (x - 6)(x + 5)$$

Summe mal Summe

$$x^2 + 25x + 100 = 4x^2 + 20x + 6x + 30 - (x^2 + 5x - 6x - 30)$$

Minusklammer
auflösen

$$x^2 + 25x + 100 = 4x^2 + 20x + 6x + 30 - x^2 - 5x + 6x + 30$$

$$x^2 + 25x + 100 = 4x^2 + 20x + 6x + 30 - x^2 - 5x + 6x + 30$$

Zusammenfassen

$$x^2 + 25x + 100 = 3x^2 + 27x + 60$$

$$x^2 + 25x + 100 = 3x^2 + 27x + 60$$

Seiten tauschen

$$3x^2 + 27x + 60 = x^2 + 25x + 100$$

$$| -x^2 - 25x - 100$$

$$2x^2 + 2x - 40 = 0$$

$$| : 2$$

$$x^2 + 1x - 20 = 0$$

Quadratische Gleichung
in der Normalform

$$x^2 + 1x - 20 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

p und q bestimmen

$$p = 1$$

$$q = -20$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1^2}{4} - (-20)}$$

$$x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 20}$$

$$x_{1,2} = -0,5 \pm \sqrt{0,25 + 20}$$

$$x_{1,2} = -0,5 \pm \sqrt{20,25}$$

$$x_{1,2} = -0,5 \pm 4,5$$

$$x_1 = -0,5 + 4,5 = 4$$

$$x_2 = -0,5 - 4,5 = -5$$

x_2 ist nicht in der
Definitionsmenge
enthalten

$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{ 4 \}}}$$