Wahlaufgaben

Aufgabe 2004 W1b:

3 P

Die Zeichnung stellt das Netz eines Würfels mit der Kantenlänge a dar.

Es gilt:

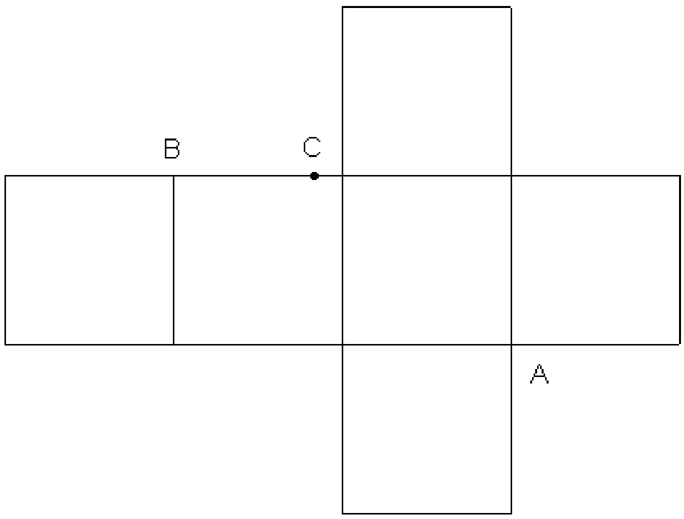
$$\overline{BC} = \frac{3}{4}a$$

Zeichnen Sie ein Schrägbild des Körpers mit dem Dreieck ABC maßgerecht für a = 6 cm.

Zeigen Sie, dass sich der Flächeninhalt dieses Dreiecks in Abhängigkeit von a mit der Formel berechnen lässt:

$$A = \frac{3}{8}a^2\sqrt{2}$$

Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{AC}$ im Körper in Abhängigkeit von a ohne Verwendung gerundeter Werte.



Strategie 2004 W1b:

Gegeben:

Würfel mit Kantenlänge a

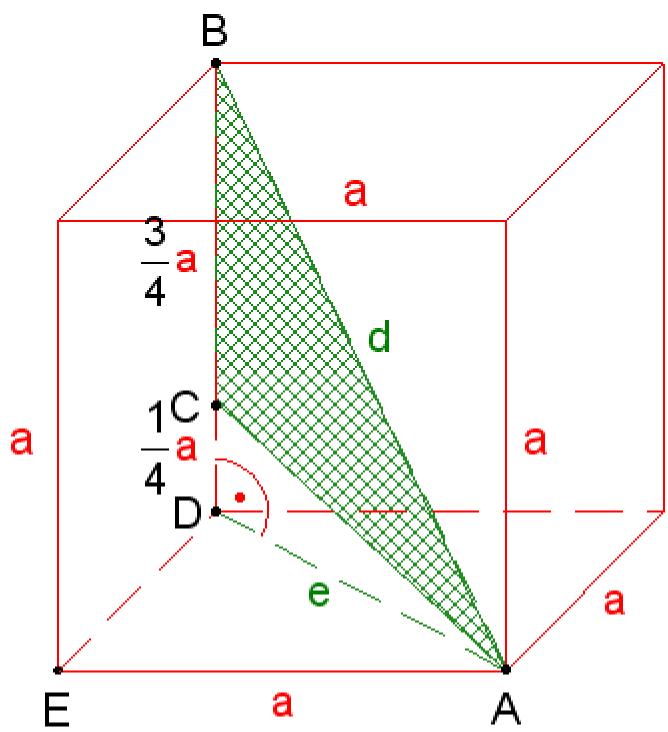
$\overline{BC} = \frac{3}{4}a$

Gesucht:

$A_{ABC} = \frac{3}{8}a^2\sqrt{2}$

$\overline{AC}$

Skizze:



Strategie 2004 W1b:

Struktogramm:

3 A_{ABC}: $A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AD}$

5 $\overline{AC}$: $\overline{AC}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{AD}^2$

1 | 2 | 3

1 $\overline{BC}$: $\overline{BC} = \frac{3}{4}a$

2 $\overline{AD}$: $\overline{AD}^2 = a^2 + a^2$

4 $\overline{CD}$: $\overline{CD} = a - \frac{3}{4}a$

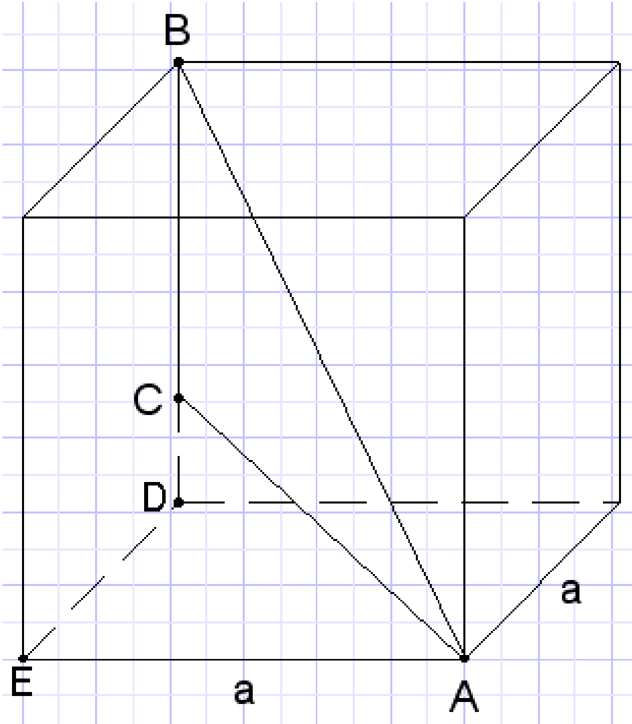
Lösung 2004 W1b:

Schrägbild zeichnen:

$a = 6\,\text{cm}$

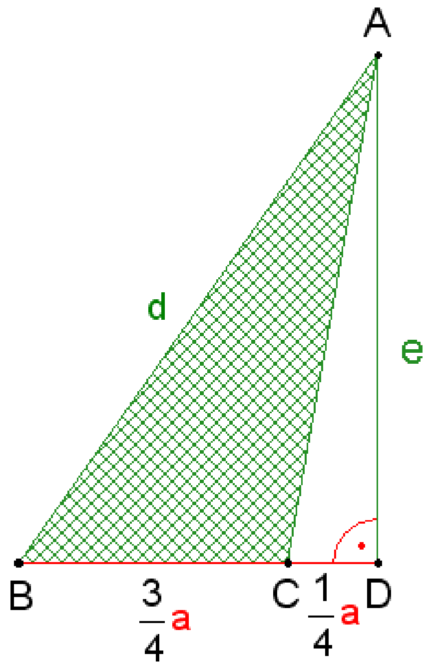
$\overline{BC} = 4{,}5\,\text{cm}$

$\alpha = 45^\circ$ (Zerrwinkel)



Lösung 2004 W1b:

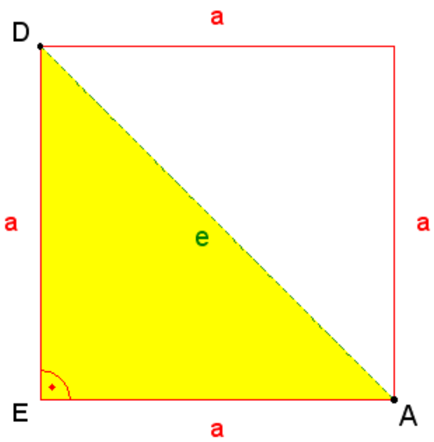
1. Berechnung der Strecke $\overline{BC}$:



$$\overline{BC} = \frac{3}{4}a$$

$$\underline{\overline{BC} = \frac{3}{4}a}$$

2. Berechnung der Strecke $\overline{AD} = e$:



$e^2 = a^2 + a^2$ Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck ADE

$e^2 = 2 \cdot a^2 \quad \left| \sqrt{\ } \right.$

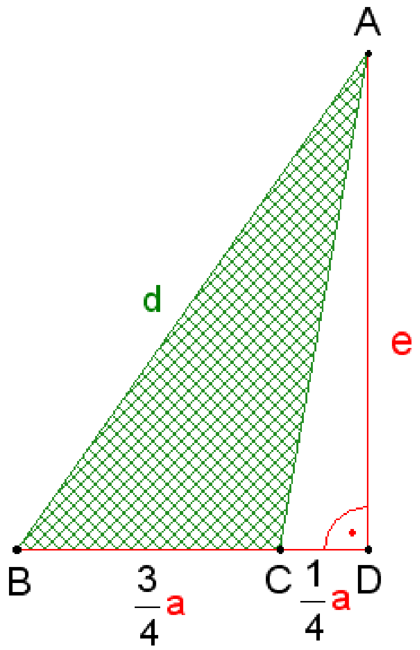
$e = \sqrt{2 \cdot a^2}$ Wurzelgesetz: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

$e = \sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2}$

$e = \sqrt{2} \cdot a$ Plätze tauschen

$\underline{e = a \cdot \sqrt{2}}$

3. Berechnung der Dreiecksfläche A_{ABC}:



$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AD}$$

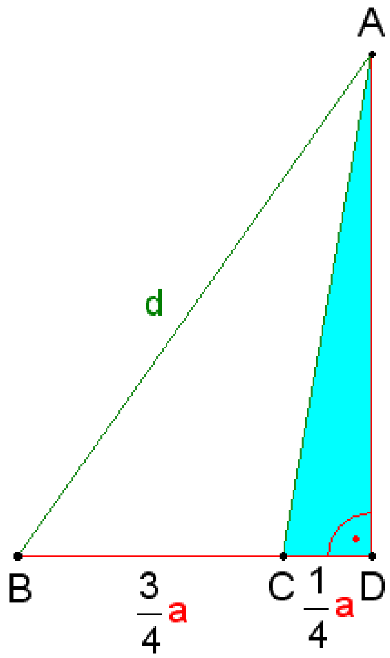
$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot a \cdot a \cdot \sqrt{2}$$

$$A_{ABC} = \frac{3}{8} \cdot a^2 \cdot \sqrt{2}$$

$$\underline{\underline{A_{ABC} = \frac{3}{8} a^2 \sqrt{2}}}$$

Lösung 2004 W1b:

4. Berechnung der Strecke $\overline{CD}$:



$$\overline{CD} = a - \frac{3}{4}a$$

$$\underline{\overline{CD} = \frac{1}{4}a}$$

5. Berechnung der Strecke $\overline{AC}$:

$$\overline{AC}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{AD}^2$$ Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$\overline{AC}^2 = \left(\frac{a}{4}\right)^2 + \left(a \cdot \sqrt{2}\right)^2$$

$$\overline{AC}^2 = \frac{a}{4} \cdot \frac{a}{4} + a \cdot \sqrt{2} \cdot a \cdot \sqrt{2}$$

$$\overline{AC}^2 = \frac{a^2}{16} + a \cdot \sqrt{2} \cdot a \cdot \sqrt{2}$$

$$\overline{AC}^2 = \frac{a^2}{16} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot a \cdot a$$

$$\overline{AC}^2 = \frac{a^2}{16} + 2 \cdot a^2$$

$$\overline{AC}^2 = \frac{1 \cdot a^2}{1 \cdot 16} + \frac{2 \cdot a^2 \cdot 16}{16}$$ Brüche erweitern

$$\overline{AC}^2 = \frac{1 \cdot a^2}{16} + \frac{32 \cdot a^2}{16}$$ Brüche addieren

$$\overline{AC}^2 = \frac{33 \cdot a^2}{16}$$

$$\overline{AC}^2 = \frac{1}{16} \cdot a^2 \cdot 33 \quad \Big|\sqrt{}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{\frac{1}{16} \cdot a^2 \cdot 33}$$ Wurzelgesetz: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

$$\overline{AC} = \sqrt{\frac{1}{16}} \cdot \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{33}$$

$$\underline{\underline{\overline{AC} = \frac{1}{4} \cdot a \cdot \sqrt{33}}}$$