

## Wahlaufgaben

### Aufgabe 2004 W1a:

5 P

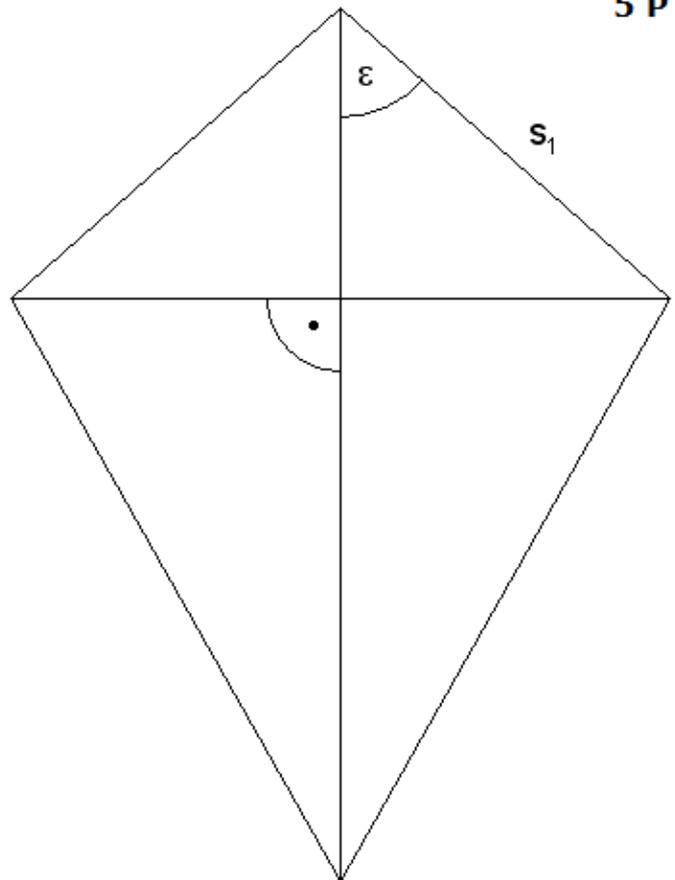
Ein Körper besteht aus zwei quadratischen Pyramiden mit gemeinsamer Grundfläche. Die Skizze zeigt den Diagonalschnitt des Körpers.

Gegeben sind:

$$s_1 = 12,4 \text{ cm}$$

$$\varepsilon = 52,8^\circ$$

Das Volumen der unteren Pyramide ist doppelt so groß wie das der oberen. Berechnen Sie die Oberfläche des Körpers.



### Strategie 2004 W1a:

#### Gegeben:

Zwei quadratische Pyramiden mit gemeinsamer Grundfläche

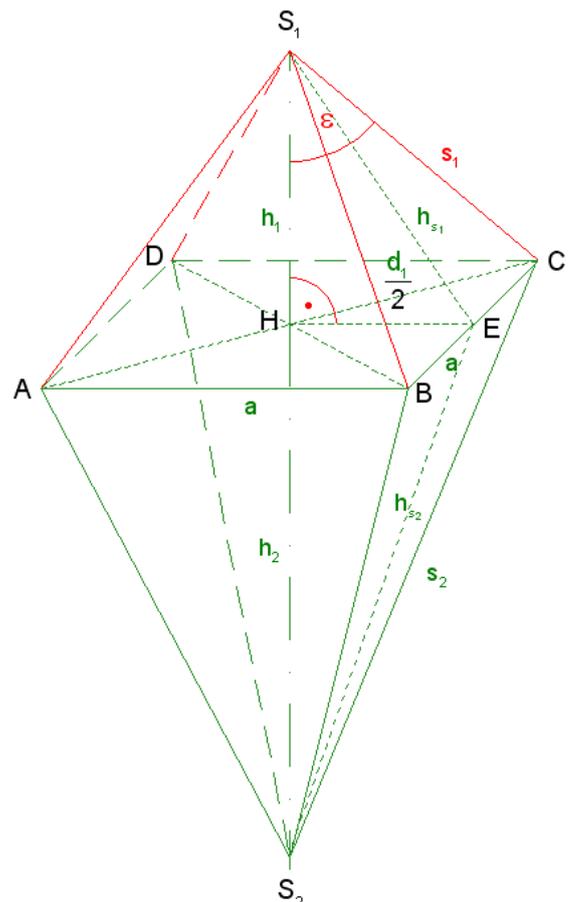
$$s_1 = 12,4 \text{ cm}$$

$$\varepsilon = 52,8^\circ$$

#### Gesucht:

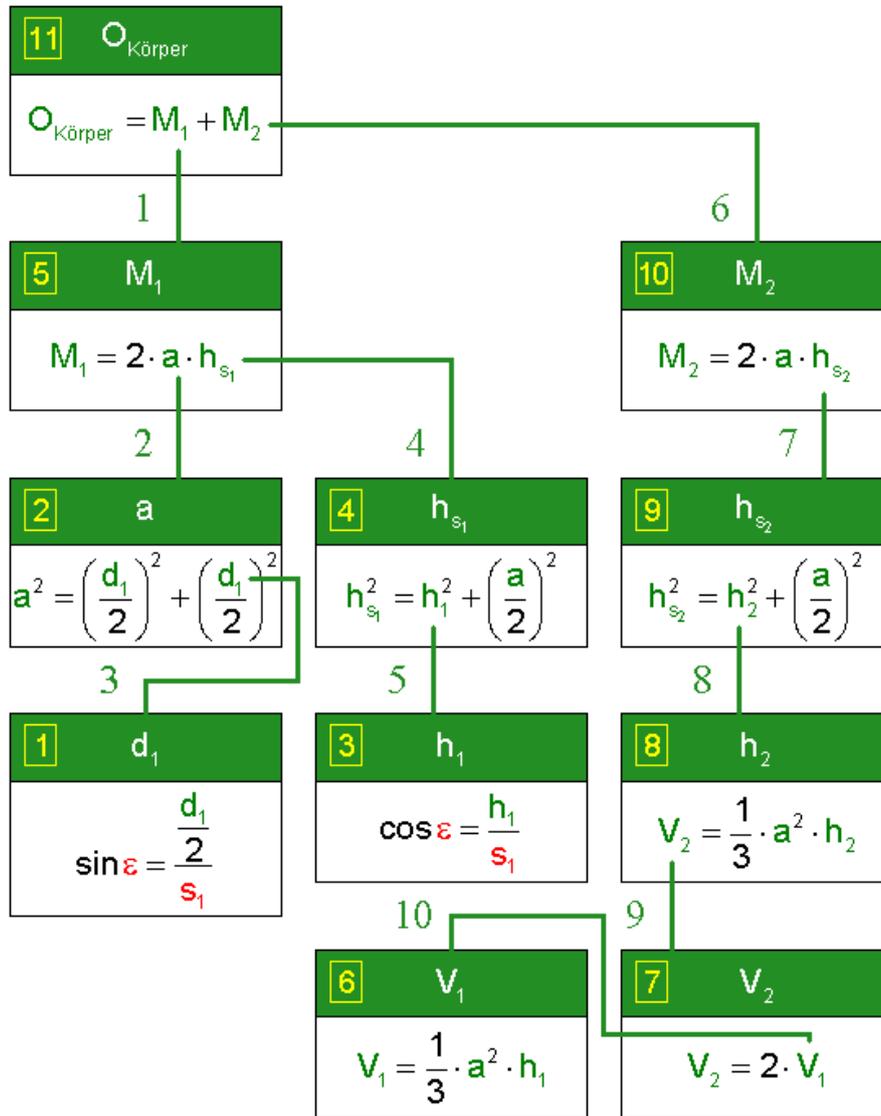
○ Körper

#### Skizze:



Strategie 2004 W1a:

**Struktogramm:**



**Lösung 2004 W1a:**

**1. Berechnung der Diagonalen  $d_1$ :**

$$\sin \varepsilon = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{d_1}{s_1}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck  $CS_1H$

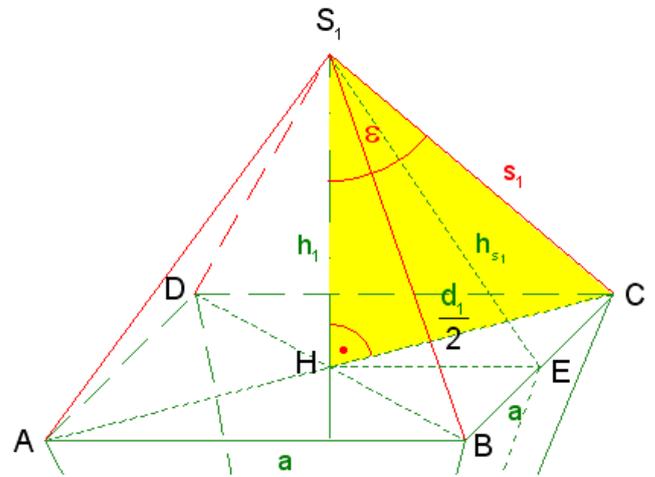
$$\sin 52,8^\circ = \frac{d_1}{12,4}$$

$$0,7965 = \frac{d_1}{12,4} \quad | \cdot 12,4$$

$$9,88 = \frac{d_1}{2} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{d_1}{2} = 9,88 \quad | \cdot 2$$

$$\underline{d_1 = 19,76 \text{ cm}}$$



**2. Berechnung der Grundkante a:**

$$a^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_1}{2}\right)^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

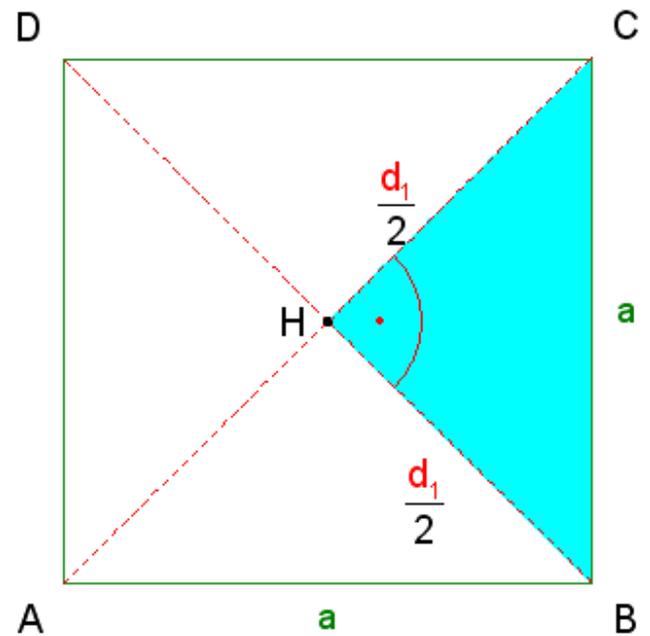
$$a^2 = \left(\frac{19,76}{2}\right)^2 + \left(\frac{19,76}{2}\right)^2$$

$$a^2 = 9,88^2 + 9,88^2$$

$$a^2 = 97,6144 + 97,6144$$

$$a^2 = 195,2288 \quad |\sqrt{\quad}$$

$$\underline{a = 13,97 \text{ cm}}$$



**3. Berechnung der oberen Pyramidenhöhe  $h_1$ :**

$$\cos \varepsilon = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h_1}{s_1}$$

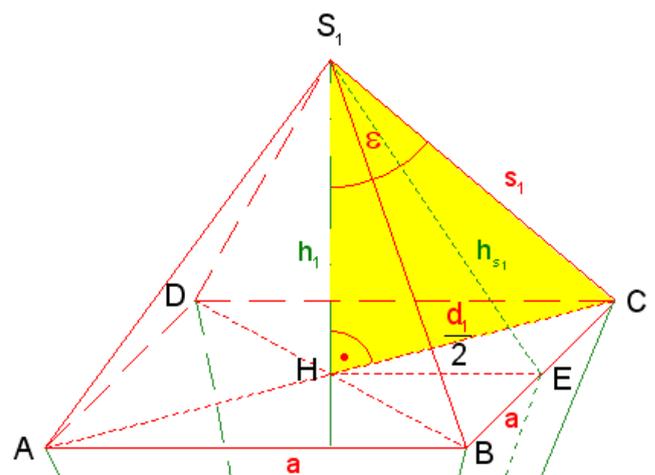
Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck  $CHS_1$

$$\cos 52,8^\circ = \frac{h_1}{12,4}$$

$$0,6046 = \frac{h_1}{12,4} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{h_1}{12,4} = 0,6046 \quad | \cdot 12,4$$

$$\underline{h_1 = 7,50 \text{ cm}}$$



**Lösung 2004 W1a:**

**4. Berechnung der oberen Höhe der Seitenfläche  $h_{s_1}$ :**

$$h_{s_1}^2 = h_1^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

Pythagoras im  
rechtwinkligen  
hellblauen  
Teildreieck  $ES_1H$

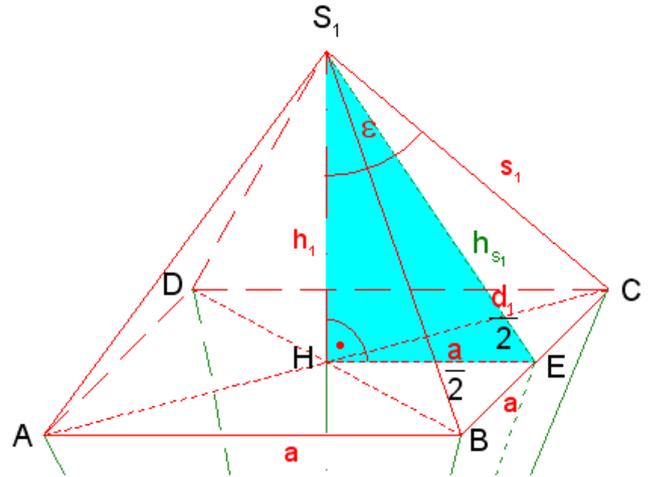
$$h_{s_1}^2 = 7,5^2 + \left(\frac{13,97}{2}\right)^2$$

$$h_{s_1}^2 = 7,5^2 + 6,985^2$$

$$h_{s_1}^2 = 56,25 + 48,79$$

$$h_{s_1}^2 = 105,04 \quad |\sqrt{\quad}$$

$$\underline{h_{s_1} = 10,25 \text{ cm}}$$



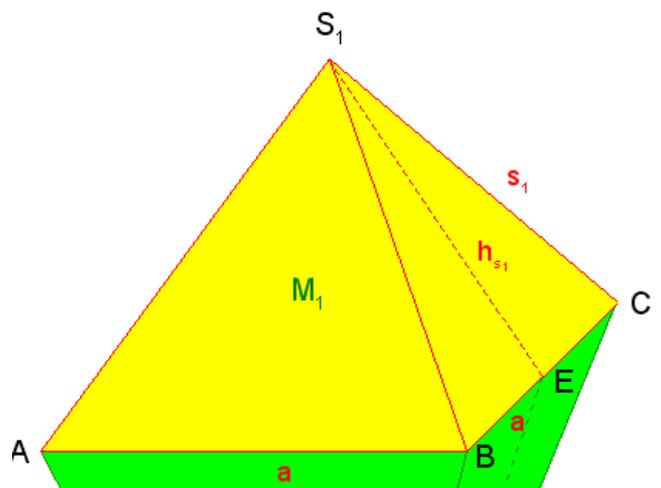
**5. Berechnung der oberen Mantelfläche  $M_1$ :**

$$M_1 = 4 \cdot \frac{a \cdot h_{s_1}}{2}$$

4 Dreiecksflächen

$$M_1 = 4 \cdot \frac{13,97 \cdot 10,25}{2}$$

$$\underline{M_1 = 286,385 \text{ cm}^2}$$



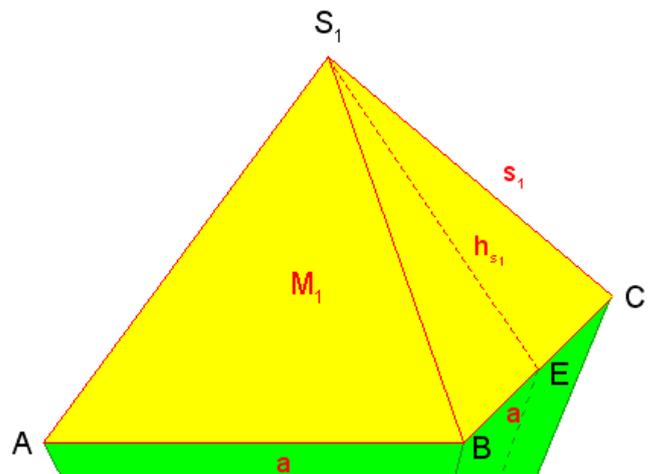
**6. Berechnung des Volumens der oberen Pyramide  $V_1$ :**

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h_1$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot 13,97^2 \cdot 7,50$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot 195,16 \cdot 7,50$$

$$\underline{V_1 = 487,9 \text{ cm}^3}$$



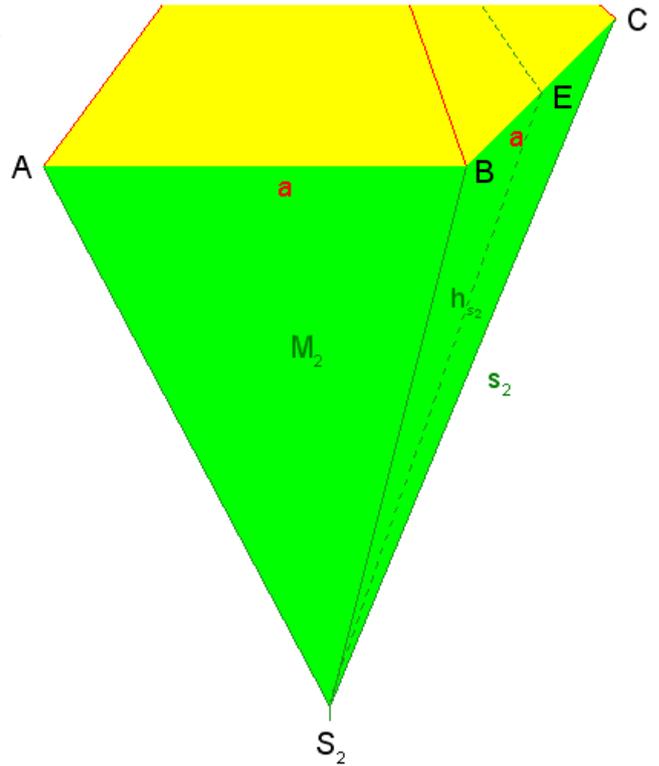
**Lösung 2004 W1a:**

**7. Berechnung des Volumens der unteren Pyramide  $V_2$ :**

$$V_2 = 2 \cdot V_1$$

$$V_2 = 2 \cdot 487,9$$

$$\underline{V_2 = 975,8 \text{ cm}^3}$$



**8. Berechnung der unteren Pyramidenhöhe  $h_2$ :**

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h_2$$

$$975,8 = \frac{1}{3} \cdot 13,97^2 \cdot h_2$$

$$975,8 = \frac{1}{3} \cdot 195,16 \cdot h_2$$

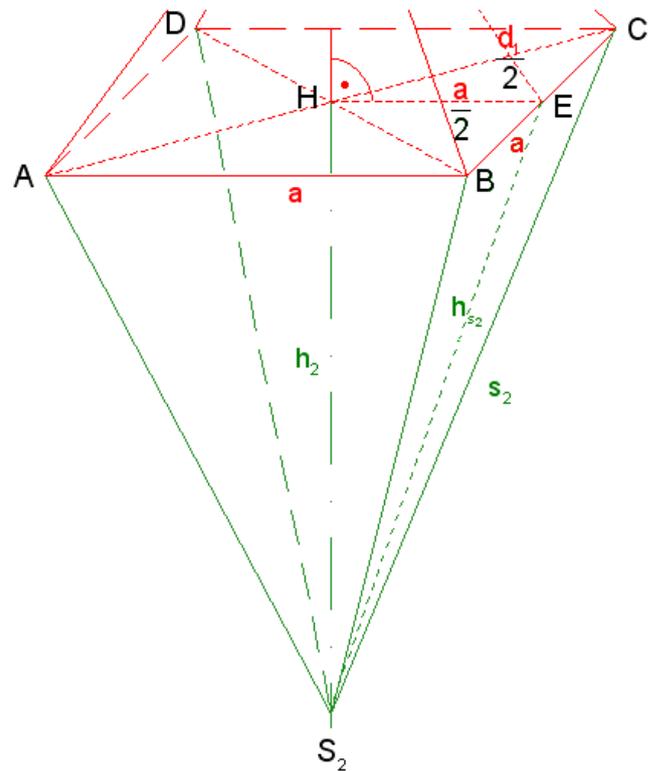
$$975,8 = 65,05 \cdot h_2$$

$$65,05 \cdot h_2 = 975,8$$

$$\underline{h_2 = 15,0 \text{ cm}}$$

Seiten tauschen

| : 65,05



**Lösung 2004 W1a:**

**9. Berechnung der unteren Höhe der Seitenfläche  $h_{s_2}$ :**

$$h_{s_2}^2 = h_2^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

Pythagoras im  
rechtwinkligen  
grünen  
Teildreieck  $EHS_2$

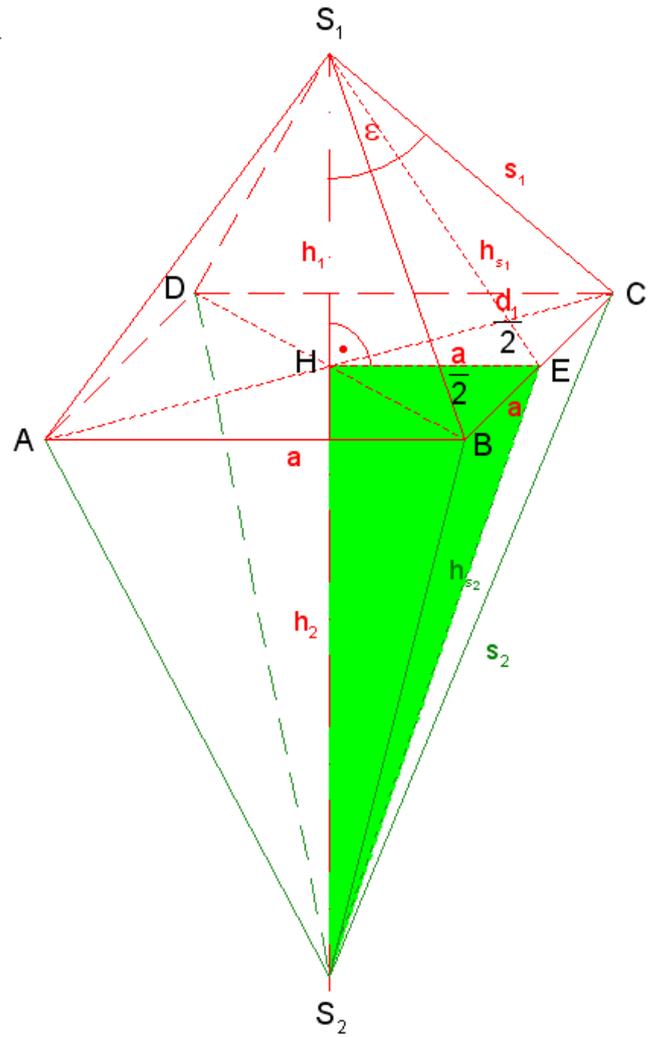
$$h_{s_2}^2 = 15^2 + \left(\frac{13,97}{2}\right)^2$$

$$h_{s_2}^2 = 15^2 + 6,895^2$$

$$h_{s_2}^2 = 225 + 48,79$$

$$h_{s_2}^2 = 273,79 \quad |\sqrt{\quad}$$

$$\underline{h_{s_2} = 16,55 \text{ cm}}$$



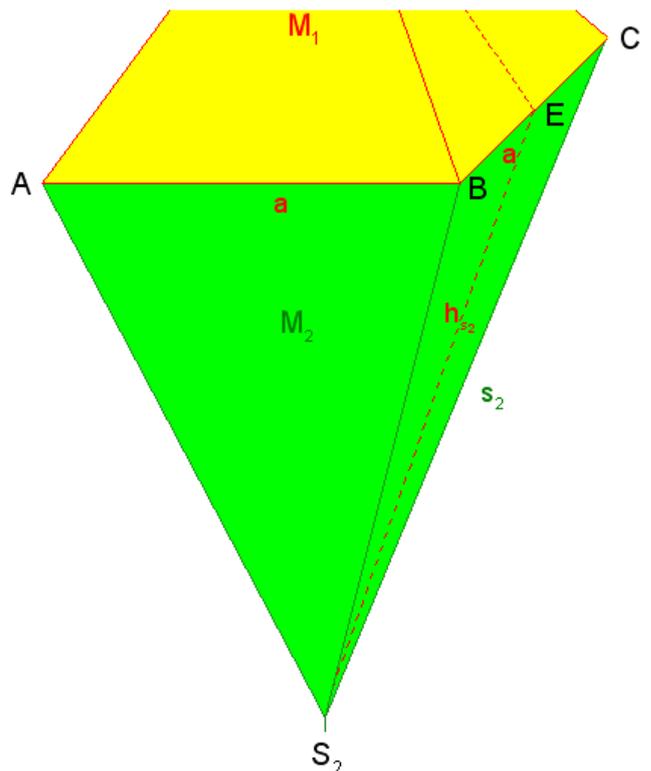
**10. Berechnung der unteren Mantelfläche  $M_2$ :**

$$M_2 = 4 \cdot \frac{a \cdot h_{s_2}}{2}$$

4 Dreiecksflächen

$$M_2 = 4 \cdot \frac{13,97 \cdot 16,55}{2}$$

$$\underline{M_2 = 462,407 \text{ cm}^2}$$



**Lösung 2004 W1a:**

**11. Berechnung der Körperoberfläche  $O_{\text{Körper}}$ :**

$$O_{\text{Körper}} = M_1 + M_2$$

$$O_{\text{Körper}} = 286,385 + 462,407$$

$$\underline{\underline{O_{\text{Körper}} = 748,79 \text{ cm}^2}}$$

