

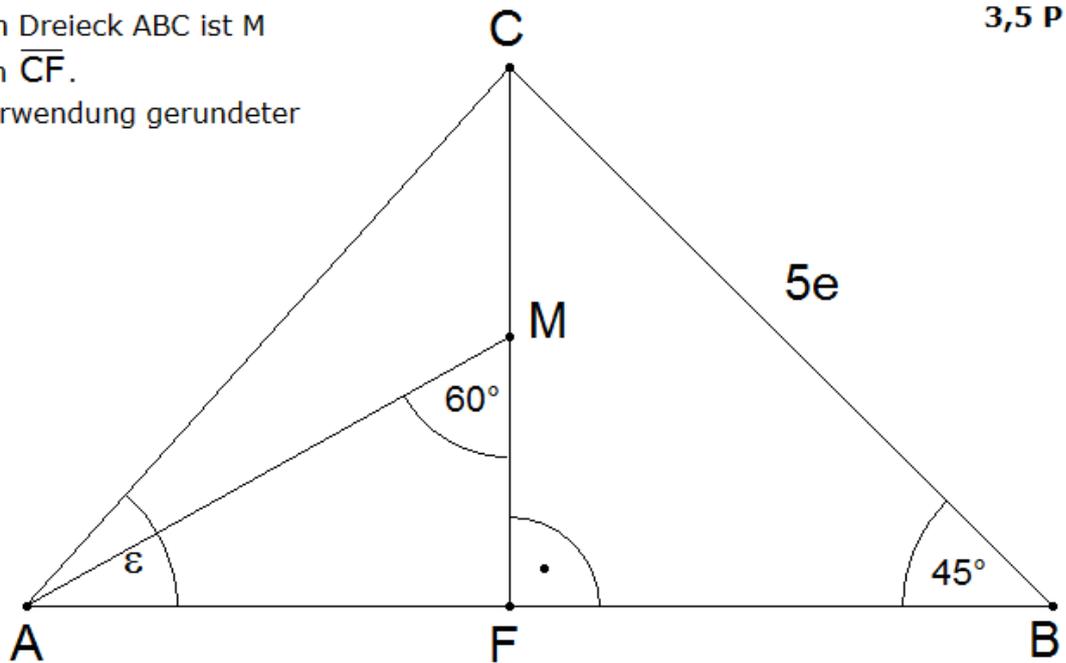
Wahlaufgaben

Aufgabe 2003 W4b:

3,5 P

Im nebenstehenden Dreieck ABC ist M der Mittelpunkt von \overline{CF} . Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, dass gilt:

$$\tan \varepsilon = \frac{2}{3}\sqrt{3}$$



Strategie 2003 W4b:

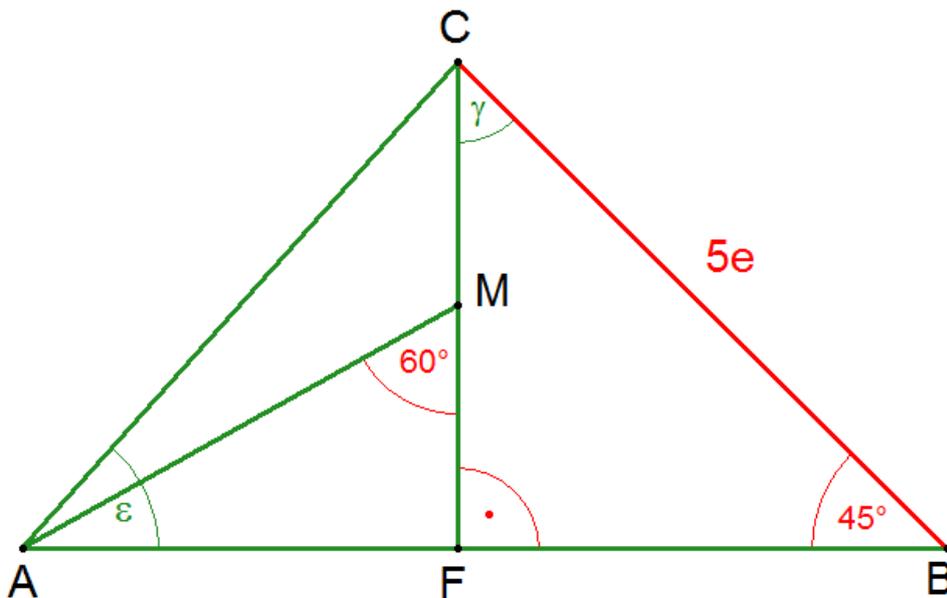
Gegeben:

$$\overline{MC} = \overline{MF}$$

Gesucht:

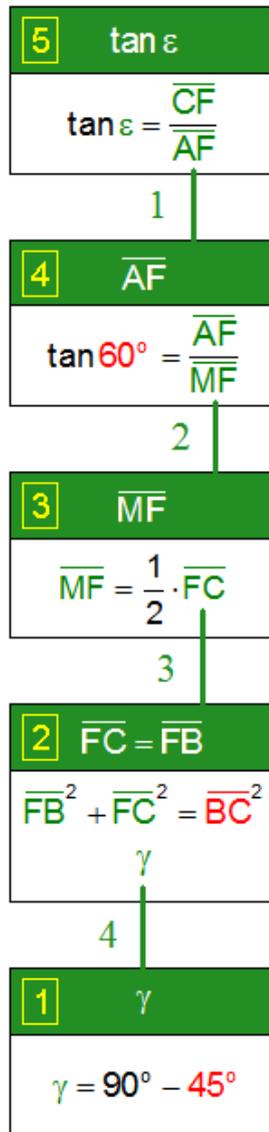
$$\tan \varepsilon = \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

Skizze:



Strategie 2003 W4b:

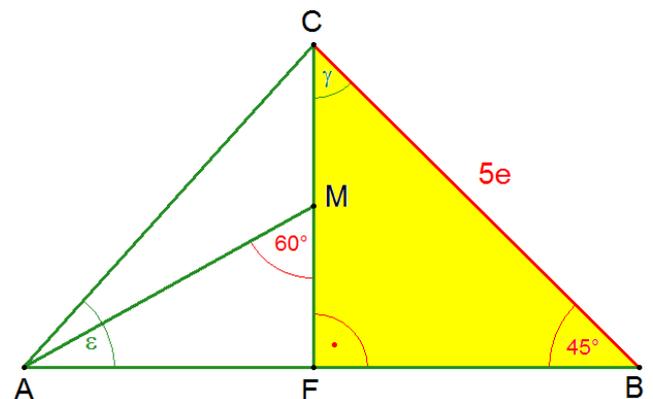
Struktogramm:



Lösung 2003 W4b:

1. Berechnung des Winkels γ :

$\gamma = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ$ *Winkelsumme im rechtwinkligen gelben Teildreieck BCF*
 $\gamma = 45^\circ$



Lösung 2003 W4b:

2. Berechnung der Strecke \overline{FB} :

$$\overline{FB}^2 + \overline{FC}^2 = \overline{BC}^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck BCF}$$

$$\overline{FB}^2 + \overline{FB}^2 = \overline{BC}^2 \quad \overline{FC} = \overline{FB}, \text{ da Teildreieck BCF gleichschenkelig ist!}$$

$$2 \cdot \overline{FB}^2 = (5e)^2$$

$$2 \cdot \overline{FB}^2 = 25e^2 \quad | :2$$

$$\overline{FB}^2 = \frac{25}{2} e^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{\overline{FB}^2} = \sqrt{\frac{25}{2} e^2} \quad \text{Wurzelgesetz: } \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\overline{FB} = \sqrt{\frac{25}{2}} \cdot \sqrt{e^2}$$

$$\overline{FB} = \sqrt{\frac{25}{2}} \cdot e \quad \text{Wurzelgesetz: } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\overline{FB} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{2}} \cdot e$$

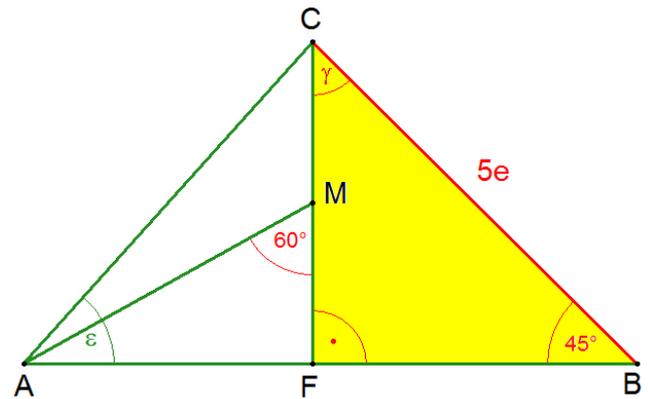
$$\overline{FB} = \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot e \quad \text{den Nenner rational machen}$$

$$\overline{FB} = \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \cdot e$$

$$\overline{FB} = \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot e$$

$$\overline{FB} = 2,5 \cdot \sqrt{2} \cdot e$$

$$\overline{FC} = 2,5 \cdot \sqrt{2} \cdot e$$

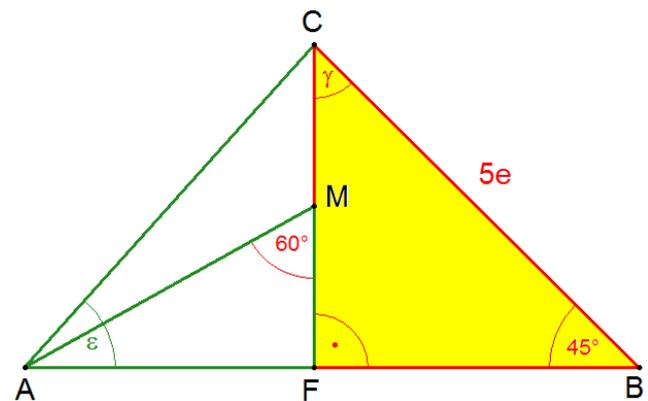


3. Berechnung der Strecke \overline{MF} :

$$\overline{MF} = \frac{1}{2} \cdot \overline{FC}$$

$$\overline{MF} = \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot \sqrt{2} \cdot e$$

$$\overline{MF} = 1,25 \cdot \sqrt{2} \cdot e$$



Lösung 2003 W4b:

4. Berechnung der Strecke \overline{AF} :

$$\tan 60^\circ = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{MF}} \quad \text{Besonderer Winkelwert} \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

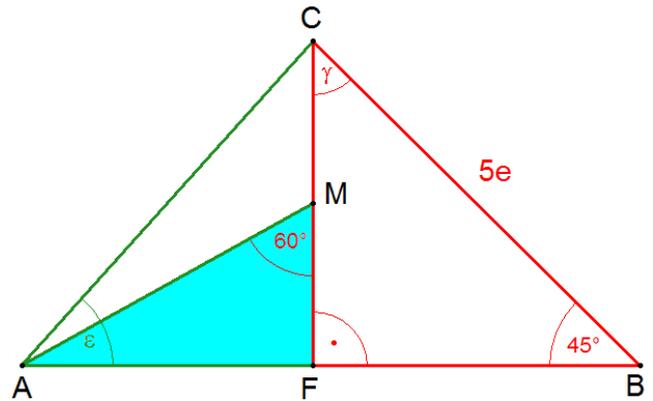
$$\sqrt{3} = \frac{\overline{AF}}{1,25 \cdot \sqrt{2} \cdot e} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{\overline{AF}}{1,25 \cdot \sqrt{2} \cdot e} = \sqrt{3} \quad | \cdot 1,25 \cdot \sqrt{2} \cdot e$$

$$\overline{AF} = 1,25 \cdot \sqrt{2} \cdot e \cdot \sqrt{3} \quad \text{Plätze tauschen}$$

$$\overline{AF} = 1,25 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot e \quad \text{Wurzelgesetz: } \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\overline{AF} = 1,25 \cdot \sqrt{6} \cdot e$$



5. Berechnung des Tangenswertes $\tan \epsilon$:

$$\tan \epsilon = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{CF}}{\overline{AF}}$$

$$\tan \epsilon = \frac{2,5 \cdot \sqrt{2} \cdot e}{1,25 \cdot \sqrt{6} \cdot e}$$

$$\tan \epsilon = \frac{2,5 \cdot \sqrt{2} \cdot e}{1,25 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} \cdot e} \quad \text{Wurzelgesetz: } \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\tan \epsilon = \frac{2,5 \cdot \sqrt{2} \cdot e}{1,25 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot e}$$

$$\tan \epsilon = \frac{2 \cdot 1,25 \cdot \sqrt{2} \cdot e}{1,25 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot e} \quad \text{gleiche Faktoren in Zähler und Nenner kürzen}$$

$$\tan \epsilon = \frac{2 \cdot \cancel{1,25} \cdot \cancel{\sqrt{2}} \cdot \cancel{e}}{\cancel{1,25} \cdot \cancel{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} \cdot \cancel{e}}$$

$$\tan \epsilon = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \text{den Nenner rational machen}$$

$$\tan \epsilon = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}$$

$$\tan \epsilon = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3} \quad \text{Bruch isolieren}$$

$$\underline{\underline{\tan \epsilon = \frac{2}{3} \sqrt{3}}}}$$

