

Wahlaufgaben

Aufgabe 2003 W3a:

Die Normalparabel p_1 hat die Gleichung $y = x^2 - 4x + 6$. **4,5 P**

Die Normalparabel p_2 ist nach unten geöffnet und hat den Scheitel $S_2(0|6)$.

Durch die Schnittpunkte beider Parabeln verläuft die Gerade g .

Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung der Geraden.

Die Gerade bildet mit den Koordinatenachsen ein rechtwinkliges Dreieck.

Berechnen Sie die restlichen Innenwinkel und den Umfang des Dreiecks.

Lösung 2003 W3a:

1. Berechnung des Scheitelpunktes der Parabel p_1 :

$$y = x^2 - 4x + 6 \quad \text{Normalparabel nach oben geöffnet}$$

$$y = x^2 - 4x + 4 - 4 + 6 \quad \text{quadratische Ergänzung}$$

$$y = (x^2 - 4x + 4) - 4 + 6 \quad \text{zusammenfassen}$$

$$y = (x^2 - 4x + 4) + 2 \quad \text{2. binomische Formel}$$

$$y = (x - 2)^2 + 2$$

$$y = (x - \mathbf{2})^2 + \mathbf{2}; S(\mathbf{2}|\mathbf{2}) \quad \text{Scheitelform}$$

$$y = (x - \mathbf{2})^2 + \mathbf{2}; S(\mathbf{2}|\mathbf{2})$$

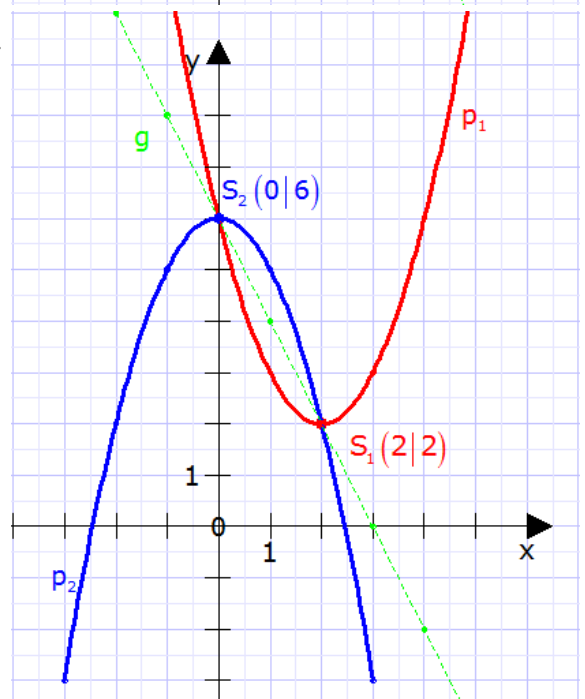
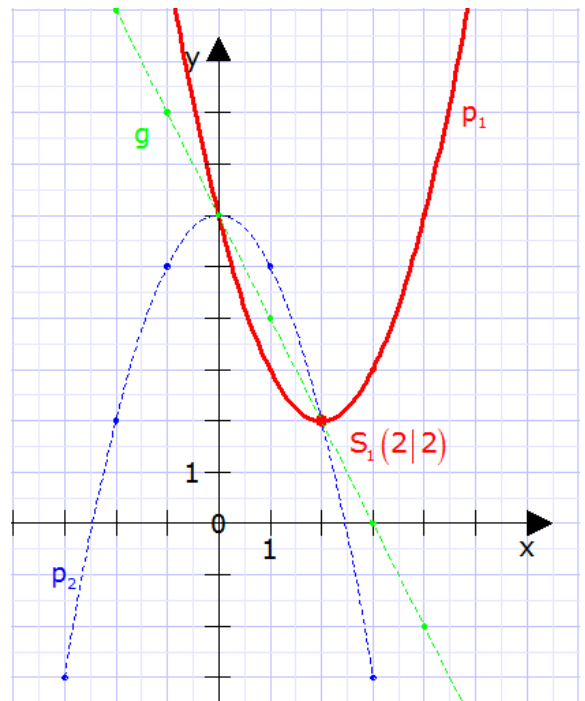
$$\underline{S_1(2|2)}$$

2. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel p_2 :

$$y = -(x - \mathbf{0})^2 + \mathbf{6}; S(\mathbf{0}|\mathbf{6}) \quad \text{Normalparabel nach unten geöffnet}$$

$$y = -(x - \mathbf{0})^2 + \mathbf{6}; S(\mathbf{0}|\mathbf{6})$$

$$\underline{y = -x^2 + 6}$$



Lösung 2003 W3a:

3. Berechnung der Schnittpunkte der Parabeln p_1 und p_2 :

$$\begin{array}{l} \text{I: } y = x^2 - 4x + 6 \\ \text{II: } y = -x^2 + 6 \end{array}$$

Gleichungssystem lösen mit dem Gleichsetzverfahren

$$\text{I} = \text{II: } x^2 - 4x + 6 = -x^2 + 6 \quad | +x^2 - 6$$

$$2x^2 - 4x = 0 \quad | :2$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x \cdot (x - 2) = 0$$

gemeinsamen Faktor x ausklammern
einer der beiden Faktoren muss gleich Null sein

$$\underline{x_1 = 0}$$

$$x_2 - 2 = 0 \quad | +2$$

$$\underline{x_2 = 2}$$

$$y_1 = 0^2 - 4 \cdot 0 + 6$$

$x_1 = 0$ in I einsetzen

$$y_1 = 0 - 0 + 6$$

$$\underline{y_1 = 6}$$

$$\underline{SP_1(0|6)}$$

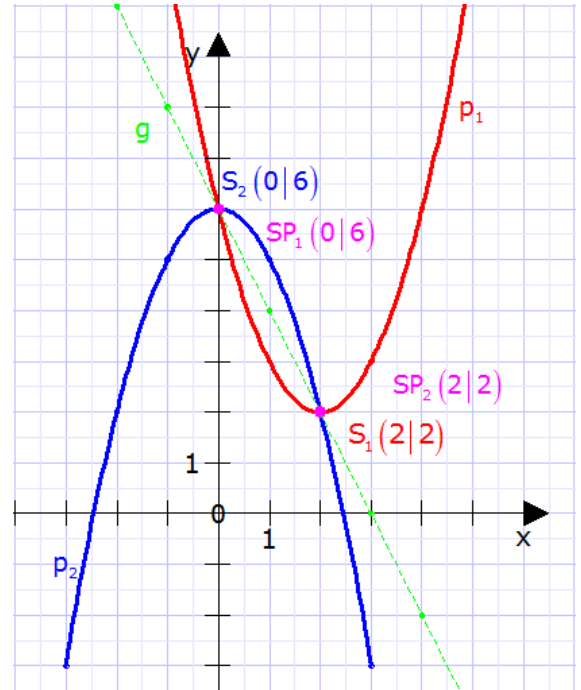
$$y_2 = 2^2 - 4 \cdot 2 + 6$$

$x_2 = 2$ in I einsetzen

$$y_2 = 4 - 8 + 6$$

$$\underline{y_2 = 2}$$

$$\underline{SP_2(2|2)}$$



4. Berechnung der Funktionsgleichung der Geraden g:

$$y = m \cdot x + b \quad \text{Allgemeine Geradengleichung}$$

$$\underline{m} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4}{2} = -2 \quad \text{siehe gelbes Steigungsdreieck}$$

$$y = (-2) \cdot x + b \quad SP_1(0|6)$$

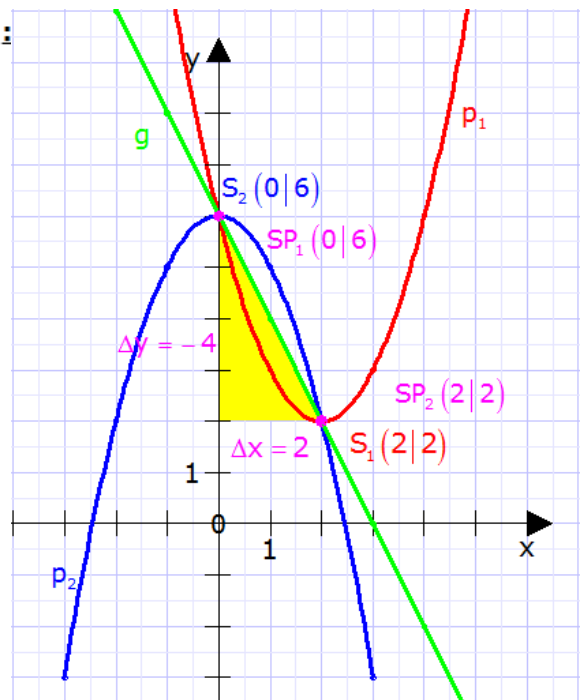
Punktkoordinaten einsetzen

$$6 = (-2) \cdot 0 + b$$

$$6 = 0 + b$$

$$\underline{b = 6}$$

$$\underline{\underline{y = -2x + 6}}$$



Lösung 2003 W3a:

5. Berechnung des Schnittpunktes der Geraden g mit der x-Achse SP_3 :

$$\text{I: } y = -2x + 6 \quad \text{Funktionsgleichung der Geraden g}$$

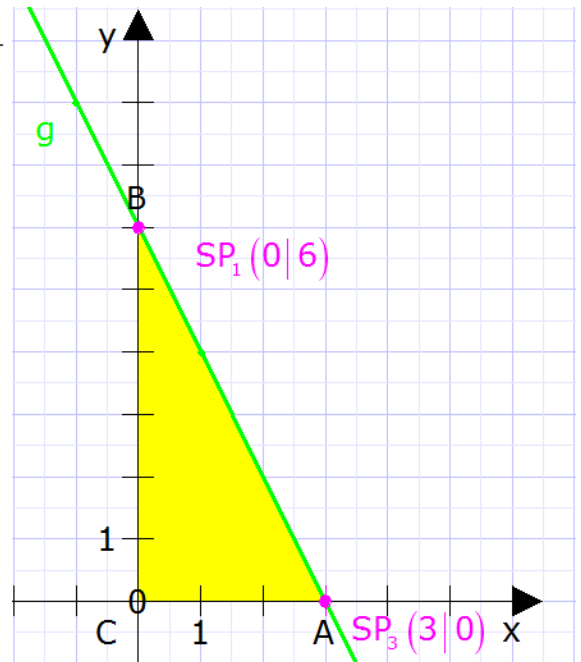
$$\text{II: } y = 0 \quad \text{Funktionsgleichung der x-Achse}$$

$$\text{I} = \text{II: } -2x + 6 = 0 \quad | -6$$

$$-2x = -6 \quad | :(-2)$$

$$x = 3$$

$$SP_3(3|0)$$



6. Berechnung der Winkel α und β im rechtwinkligen Dreieck ABC:

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \quad \text{Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Dreieck ABC}$$

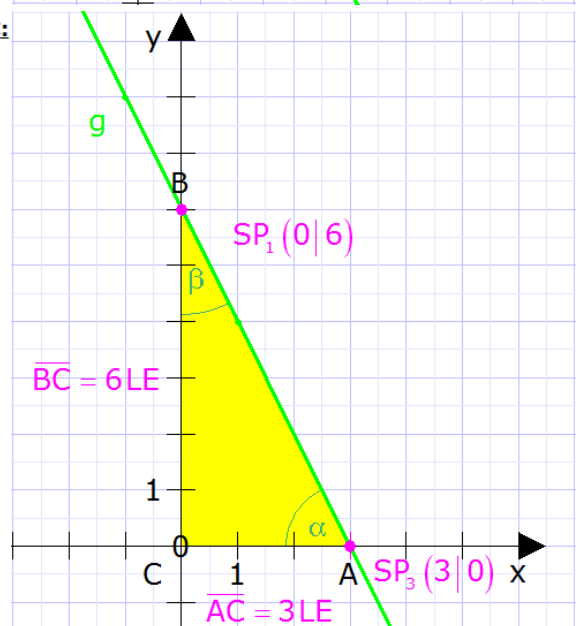
$$\tan \alpha = \frac{6}{3} = 2$$

$$\alpha = 63,4^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 90^\circ - \alpha$$

$$\beta = 180^\circ - 90^\circ - 63,4^\circ$$

$$\beta = 26,6^\circ$$



7. Berechnung des Umfanges des Dreiecks ABC:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Dreieck ABC}$$

$$\overline{AB}^2 = 3^2 + 6^2$$

$$\overline{AB}^2 = 9 + 36$$

$$\overline{AB}^2 = 45 \quad | \sqrt{}$$

$$\overline{AB} = 6,7 \text{ LE}$$

$$u = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC}$$

$$u = 6,7 + 3 + 6$$

$$u = 15,7 \text{ LE}$$

