

Wahlaufgaben

Aufgabe 2003 W2a:

Gegeben ist ein Kegelstumpf mit:

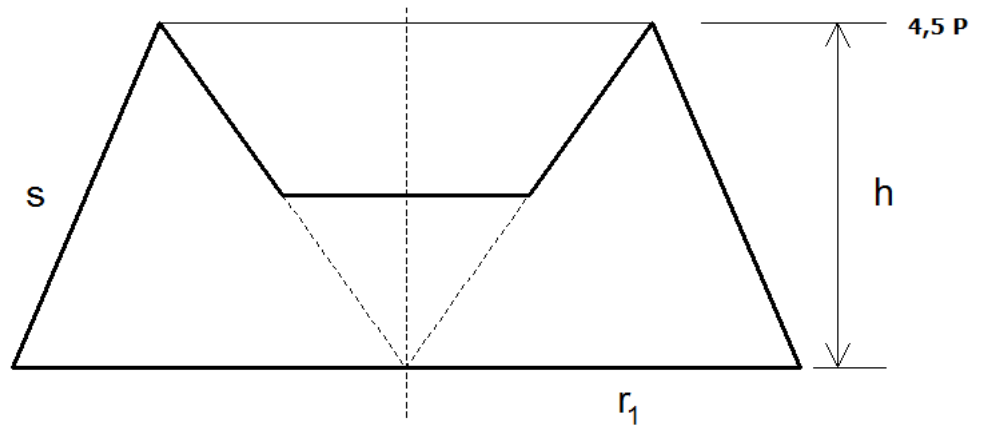
$$r_1 = 8,8 \text{ cm}$$

$$h = 7,4 \text{ cm}$$

$$s = 7,8 \text{ cm}$$

Aus diesem Kegelstumpf wird bis zur halben Höhe ein weiterer Kegelstumpf herausgearbeitet (siehe Skizze).

Um wie viel cm^2 vergrößert sich dadurch die Oberfläche des Körpers?



Strategie 2003 W2a:

Gegeben:

Kegelstumpf

$$r_1 = 8,8 \text{ cm}$$

$$h = 7,4 \text{ cm}$$

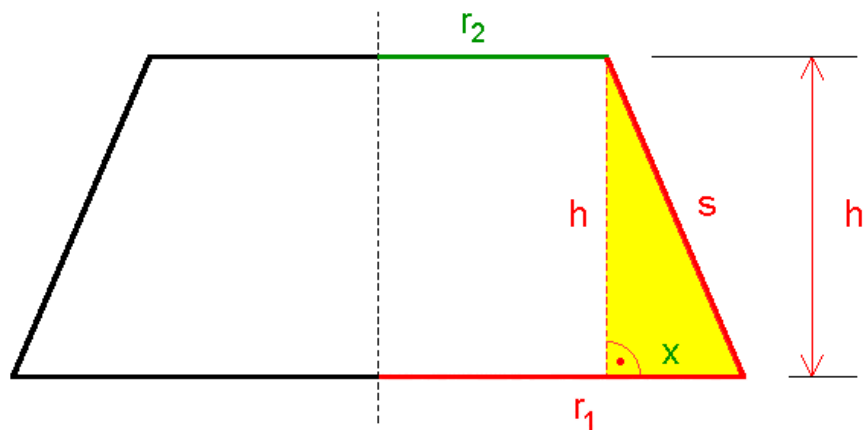
$$s = 7,8 \text{ cm}$$

Gesucht:

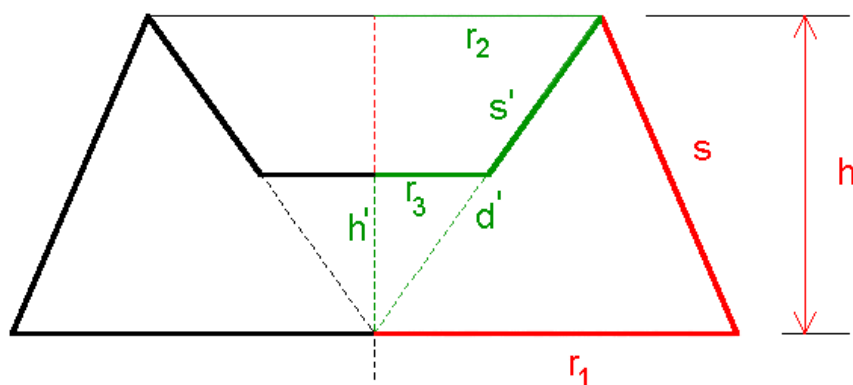
Differenz der Oberflächen

Skizze:

Skizze Körper 1:

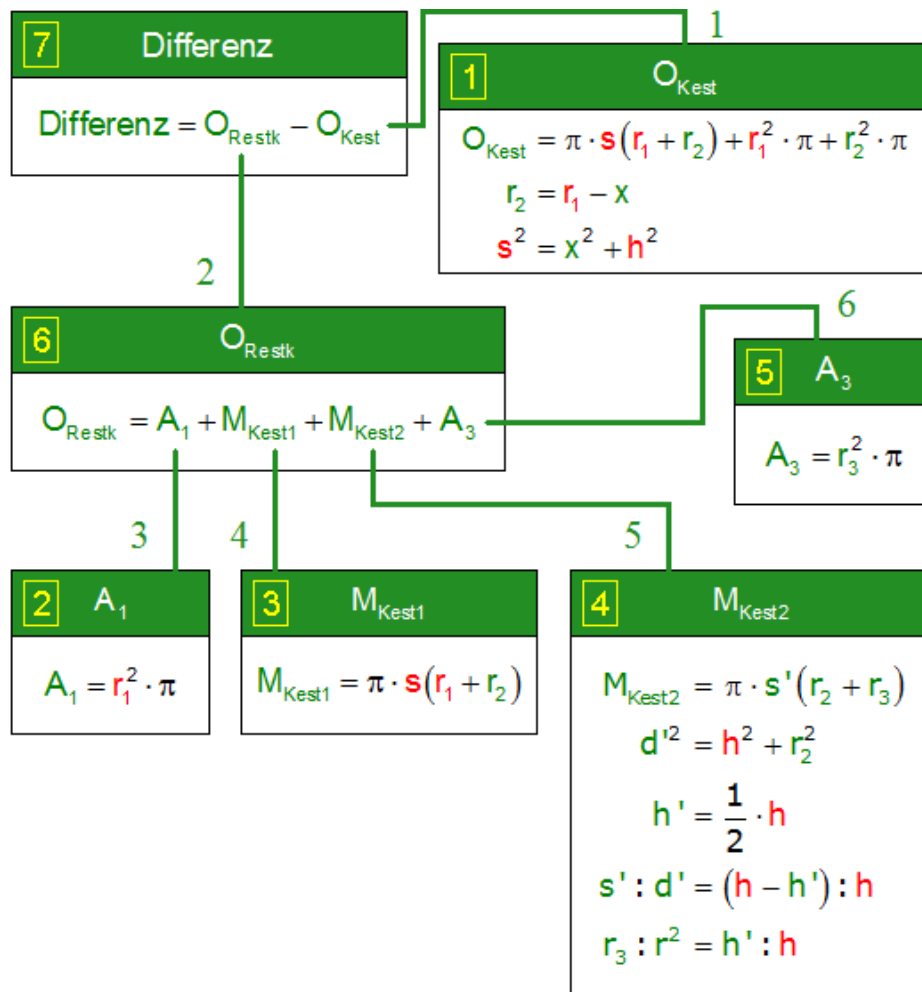


Skizze Körper 2:



Strategie 2003 W2a:

Struktogramm:



Lösung 2003 W2a:

1. Berechnung der Kegelstumpf-Oberfläche O_{Kest} :

$$x^2 + h^2 = s^2$$

$$x^2 + 7,4^2 = 7,8^2$$

$$x^2 + 54,76 = 60,84$$

$$x^2 = 6,08$$

$$x = 2,47 \text{ cm}$$

$$r_2 = r_1 - x$$

$$r_2 = 8,8 - 2,47$$

$$r_2 = 6,33 \text{ cm}$$

$$O_{\text{Kest}} = \pi \cdot s (r_1 + r_2) + r_1^2 \cdot \pi + r_2^2 \cdot \pi$$

$$O_{\text{Kest}} = \pi \cdot 7,8 (8,8 + 6,33) + 8,8^2 \cdot \pi + 6,33^2 \cdot \pi$$

$$O_{\text{Kest}} = \pi \cdot 7,8 \cdot 15,13 + 77,44 \cdot \pi + 40,07 \cdot \pi$$

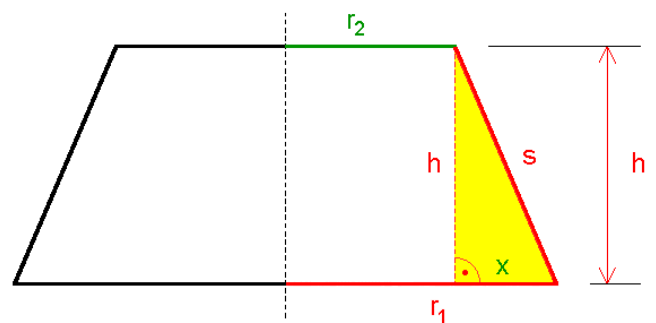
$$O_{\text{Kest}} = 370,75 + 243,28 + 125,88$$

$$O_{\text{Kest}} = 739,91 \text{ cm}^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen gelben
Teildreieck

$$|- 54,76$$

$$|\sqrt{}$$



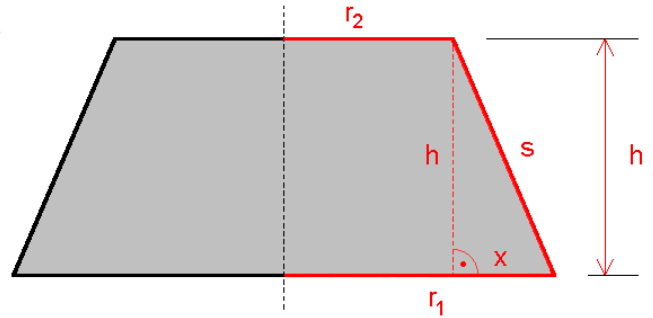
Lösung 2003 W2a:

2. Berechnung der großen Kegelstumpf-Grundfläche A_1 :

$$A_1 = r_1^2 \cdot \pi$$

$$A_1 = 8,8^2 \cdot \pi$$

$$\underline{A_1 = 243,28 \text{ cm}^2}$$



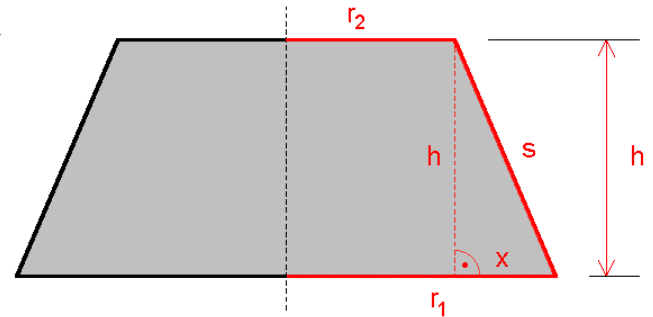
3. Berechnung des großen Kegelstumpfmantels M_{Kest1} :

$$M_{\text{Kest1}} = \pi \cdot s (r_1 + r_2)$$

$$M_{\text{Kest1}} = \pi \cdot 7,8 (8,8 + 6,33)$$

$$M_{\text{Kest1}} = \pi \cdot 7,8 \cdot 15,1$$

$$\underline{M_{\text{Kest1}} = 370,75 \text{ cm}^2}$$



4. Berechnung des kleinen Kegelstumpfmantels M_{Kest2} :

$$d'^2 = h^2 + r_2^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$$d'^2 = 7,4^2 + 6,33^2$$

$$d'^2 = 54,76 + 40,07$$

$$d'^2 = 94,83$$

$\sqrt{\quad}$

$$\underline{d' = 9,74 \text{ cm}}$$

$$h' = \frac{1}{2} \cdot h$$

siehe rechtwinkliges gelbes Teildreieck

$$h' = \frac{1}{2} \cdot 7,4$$

$$\underline{h' = 3,7 \text{ cm}}$$

$$s' : d' = (h - h') : h$$

1. Strahlensatz

$$s' : 9,74 = (7,4 - 3,7) : 7,4$$

$$s' : 9,74 = 3,7 : 7,4$$

$\cdot 9,74$

$$s' = (3,7 : 7,4) \cdot 9,74$$

$$s' = \frac{1}{2} \cdot 9,74$$

$$\underline{s' = 4,87 \text{ cm}}$$

$$r_3 : r_2 = h' : h$$

2. Strahlensatz

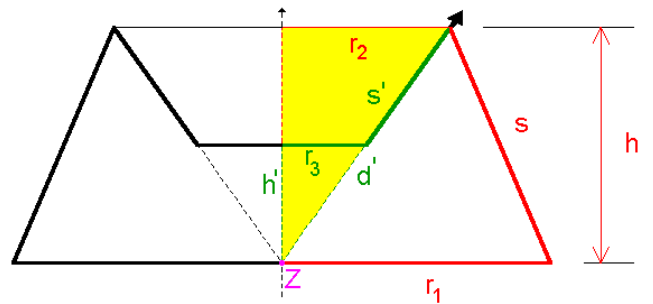
$$r_3 : 6,33 = 3,7 : 7,4$$

$\cdot 6,33$

$$r_3 = (3,7 : 7,4) \cdot 6,33$$

$$r_3 = \frac{1}{2} \cdot 6,33$$

$$\underline{r_3 = 3,165 \text{ cm}}$$



Lösung 2003 W2a:

$$M_{\text{Kest2}} = \pi \cdot s' (r_2 + r_3)$$

$$M_{\text{Kest2}} = \pi \cdot 4,87 (6,33 + 3,165)$$

$$M_{\text{Kest2}} = \pi \cdot 4,87 \cdot 9,495$$

$$M_{\text{Kest2}} = 145,27 \text{ cm}^2$$

5. Berechnung der kleinen Kegelstumpf-Deckfläche A_3 :

$$A_3 = r_3^2 \cdot \pi$$

$$A_3 = 3,165^2 \cdot \pi$$

$$A_3 = 31,47 \text{ cm}^2$$

6. Berechnung der Oberfläche des Restkörpers O_{Restk} :

$$O_{\text{Restk}} = A_1 + M_{\text{Kest1}} + M_{\text{Kest2}} + A_3$$

$$O_{\text{Restk}} = 143,28 + 370,75 + 145,27 + 31,47$$

$$O_{\text{Restk}} = 790,77 \text{ cm}^2$$

7. Berechnung der Oberflächendifferenz:

$$\text{Differenz} = O_{\text{Restk}} - O_{\text{Kest}}$$

$$\text{Differenz} = 790,77 - 739,91$$

$$\text{Differenz} = 50,86 \text{ cm}^2$$

