

Pflichtaufgaben

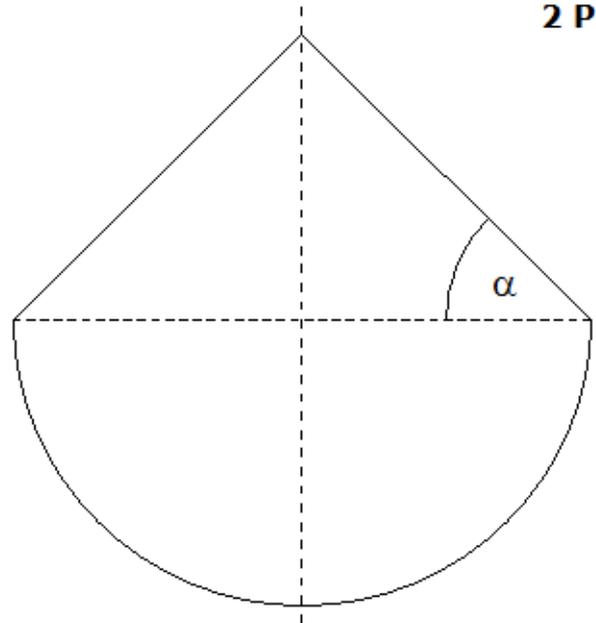
Aufgabe 2003 P1:

Ein Körper besteht aus einer Halbkugel und einem aufgesetzten Kegel mit $\alpha = 45^\circ$ (siehe Achsenschnitt).

Das Volumen der Halbkugel beträgt 204 cm^3 .

Berechnen Sie die Oberfläche des Körpers.

2 P



Strategie 2003 P1:

Gegeben:

Halbkugel mit aufgesetztem Kegel

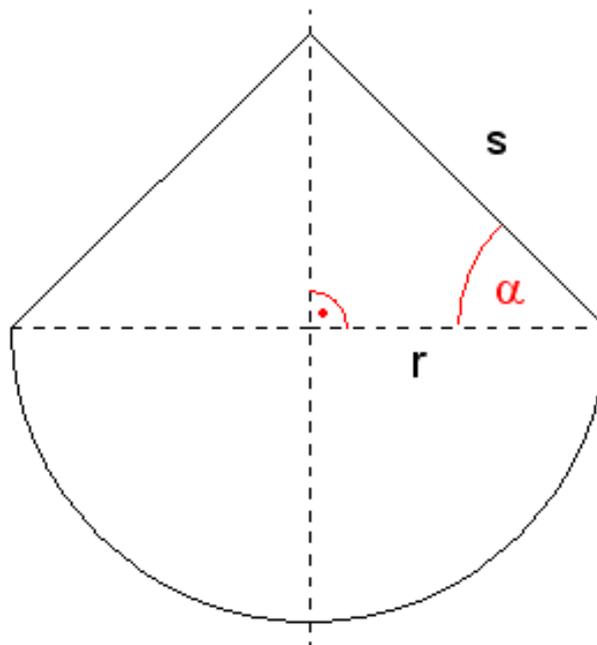
$$\alpha = 45^\circ$$

$$V_{\text{Halbkugel}} = 204 \text{ cm}^3$$

Gesucht:

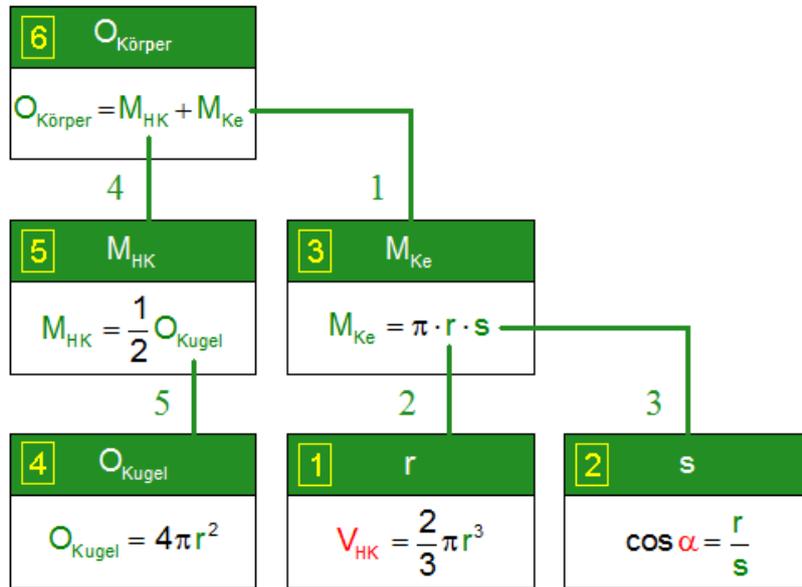
$O_{\text{Körper}}$

Skizze:



Strategie 2003 P1:

Struktogramm:



Lösung 2003 P1:

1. Berechnung des Kugelradius r:

$$V_{\text{Halbkugel}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

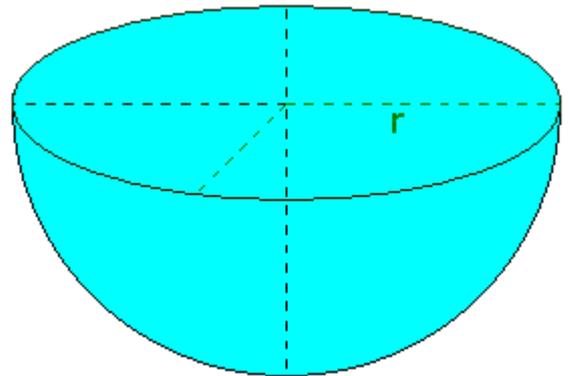
$$204 = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 204 \quad \left| \cdot \frac{3}{2} \right.$$

$$\pi \cdot r^3 = 306 \quad \left| : \pi \right.$$

$$r^3 = 97,40 \quad \left| \sqrt[3]{} \right.$$

$$\underline{r = 4,60 \text{ cm}}$$



2. Berechnung der Mantellinie s:

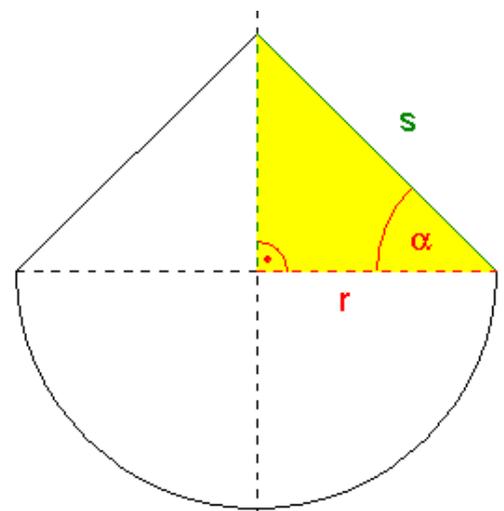
$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{r}{s} \quad \text{Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{4,60}{s}$$

$$0,7071 = \frac{4,60}{s} \quad \left| \cdot s \right.$$

$$s \cdot 0,7071 = 4,60 \quad \left| : 0,7071 \right.$$

$$\underline{s = 6,51 \text{ cm}}$$



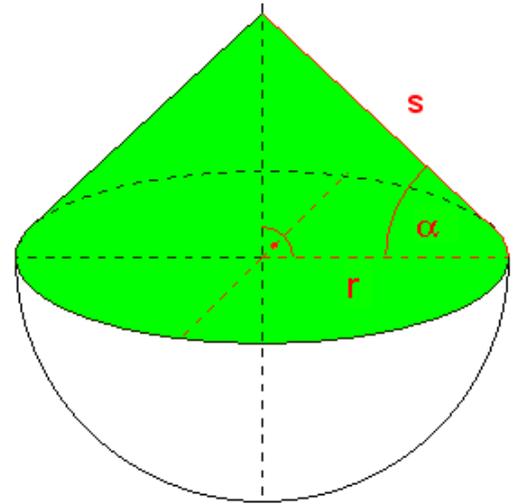
Lösung 2003 P1:

3. Berechnung des Kegelmantels M_{Kegel} :

$$M_{\text{Kegel}} = \pi \cdot r \cdot s$$

$$M_{\text{Kegel}} = \pi \cdot 4,60 \cdot 6,51$$

$$M_{\text{Kegel}} = \underline{94,1 \text{ cm}^2}$$



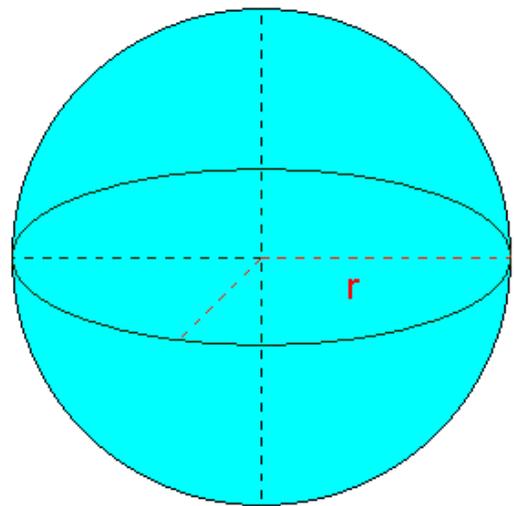
4. Berechnung der Kugeloberfläche O_{Kugel} :

$$O_{\text{Kugel}} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$O_{\text{Kugel}} = 4 \cdot \pi \cdot 4,6^2$$

$$O_{\text{Kugel}} = 4 \cdot \pi \cdot 21,16$$

$$O_{\text{Kugel}} = \underline{265,90 \text{ cm}^2}$$

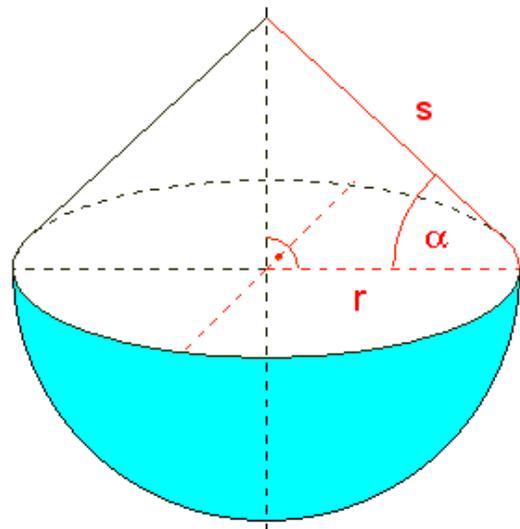


5. Berechnung des Halbkugel-Mantels $M_{\text{Halbkugel}}$:

$$M_{\text{Halbkugel}} = \frac{O_{\text{Kugel}}}{2}$$

$$M_{\text{Halbkugel}} = \frac{265,90}{2}$$

$$M_{\text{Halbkugel}} = \underline{132,95 \text{ cm}^2}$$



Lösung 2003 P1:

6. Berechnung der Körperoberfläche $O_{\text{Körper}}$:

$$O_{\text{Körper}} = M_{\text{Kegel}} + M_{\text{Halbkugel}}$$

$$O_{\text{Körper}} = 94,1 + 132,95$$

$$\underline{\underline{O_{\text{Körper}} = 227,05 \text{ cm}^2}}$$

